確率微分方程式のある新しい2次の弱近似法について

山田俊皓 (一橋大学経済学研究科)

2015 年 6 月 23 日

概 要

発表では, 確率微分方程式のある新しい 2 次の弱近似法（2 次の離散化法）とその数値計算結果等について報告する. 特にファイナンスのプライシングにおいて現れる拡散過程やペイオフ関数を対象とした離散化法を与える.

本方法の特徴としては以下が挙げられる.

- ペイオフの性質（regularity）に応じて, 適した 2 次の離散化法が与えられる.
- 伊藤公式とマリアバンの部分積分公式しか用いない.
- 2 次の弱近似法なので, オイラー-丸山近似より期待値の離散化の精度が良い.
- KLV 法 (Kusuoka-Lyons-Victoir) と異なり, 各離散グリッドごとに常微分方程式は解かない.
- ブラウン運動の多項式の計算が必要になる. ただし, 多重確率積分の計算は実装上要らない.

本発表の方法は Takahashi and Yamada (2015), *Ann. Appl. Probab.* の方法を拡張したものである. 正確に言うと, 拡張というよりは, Takahashi and Yamada (2015) をより弱近似に特化させたものである. Takahashi and Yamada (2015) の方法は, 確率微分方程式の微小パラメータの漸近展開を用いた離散化法であり「漸近展開の効率化」という側面が強いが, 本報告の方法は高次の弱近似に焦点を当てている. したがって, 本方法では漸近展開は使わない.

また, 滑らかさを持たないペイオフ関数に対して「局所化」のテクニックを導入して効率的な「準 2 次」の離散化法を構成する. (「準 2 次」とは 2 次の離散化に極めて近い, という意味です.) 準 2 次の離散化法は, 理論オーダー評価により 2 次の離散化法よりやや悪いことが分かるが, 2 次の離散化法と比べて簡単に実装することができるというメリットがある.

数値計算により, 本発表の 2 次の離散化法がオイラー-丸山法より精度が良いことを確認し, また, 2 次と準 2 次の離散化法の精度が「極めて近い」が, 準 2 次の方が「やや悪い」ことを確認した.