

Dickey–Fuller type test for Moving Average Unit Root

信州大学経済学部 矢部竜太

概要

この発表では初期値を 0 とする一次のオーダーの移動平均 (MA(1))モデルの単位根検定問題に対して, Dolado, Gonzalo and Mayoral (2002) 及び Lobato and Velasco(2007)で提案された Dickey-Fuller タイプのテストを応用する方法について報告を行う。

MA(1)モデルの単位根検定問題は AR 過程の定常性の検定問題(KPSS 検定), 帰無仮説を共和分ありとする共和分の検定 (Shin (1994))に適用されており, 時系列解析の分野では古典的な検定問題の基礎理論を提供している。

MA(1)モデルの単位根検定の代表的な検定は Tanaka(1990)で提案された Score 検定である。この検定は初期値の仮定に依存し, Locally best invariant(LBI) あるいは Locally best invariant unbiased (LBIU)といった最適性を有しているため, 帰無仮説と極めて近い局所対立仮説に対して理論的限界に近い検出力を達成することができる。しかしながら, 局所対立仮説が帰無仮説とある程度以上離れると検出力の包絡線と Score 検定の検出力の間にはかなりの乖離が見られる。

本研究では, 帰無仮説と離れた対立仮説に対して検出力の高い検定を提案するために, 上で述べた Dolado, Gonzalo and Mayoral (2002) 及び Lobato and Velasco(2007)で長期記憶過程の単位根検定に用いられた手法を MA(1)単位根検定問題に応用する。この手法は, 対立仮説を単純仮説とする検定問題を考え, Auxiliary equation と呼ばれる方程式を導出し, もとのパラメータに対する検定問題を Auxiliary equation の係数パラメータに対する検定問題に書き換え, Auxiliary equation の係数パラメータの推定量に基づいて検定を実行する手法である。この手法のメリットはもともと考えていたパラメータに対する推定量が利用できない場合でも, Auxiliary equation の係数自体は最小二乗推定により容易に推定できるので, 他の様々なモデルへの応用が期待できることである。さらに, 最小二乗推定量は陽な表現を得られるため漸近分布の導出などの理論的な分析を比較的容易に行うことができることが挙げられる。

本研究の主要な結果は, Auxiliary equation の係数パラメータの推定量の漸近分布を導出し, この漸近分布に基づいた Dickey-Fuller タイプの検定手法を提案したことである。導出された漸近分布は非標準的な分布のため, 正確な分位点の計算などを行うには特性関数を計算し数値計算を行う必要がある。しかし, 漸近分布のもととなっている確率過程が Brown 運動と Ornstein-Uhlenbeck 過程の線形結合で表される確率過程のため, 既存の手法を直接応用することはできない。そこで, Girsanov の定理に関する既存の結果を組み合わせ特性関数の導出を行なったことも本研究の貢献である。さらに, モンテカルロシミュレーションにより有限標本のもとでも高い検出力を持つことが確認されたこともあわせて報告を行う。