

製品カテゴリーと複数ブランド購買の動的段階モデリングと店舗選択について

宮崎 慧
 関西大学 商学部

Miyazaki, K., Hoshino, T., & Böckenholt, U. (in press). Dynamic Two Stage Modeling for Category-Level and Brand-Level Purchases Using Potential Outcome Approach With Bayes Inference. *Journal of Business & Economic Statistics*.

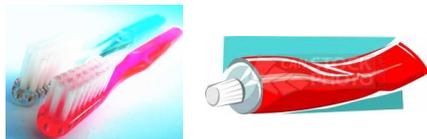
目次

1. はじめに
 - 製品カテゴリーの購入と消費者のブランド選択行動に関する先行研究
2. モデルの前提
 - カテゴリーレベルとブランドレベルの購入を考慮できるモデルであり、複数ブランド同時購入のデータを利用できる。
3. シミュレーション研究
 - 提案モデルの実行可能性の検証
4. 実データ分析
 - スキャナーパネルデータを用いた分析
5. 考察
6. 店舗選択 + 製品カテゴリー購買に関連したレビュー

複数商品の購買

- 消費者は店舗で、複数の商品選択の意思決定を行う (Manchanda, Ansari and Gupta, 1999)

補完



代替



- マーケットバスケット分析
- スキャンパネルデータの使用

スキャンパネルデータ

- 例) Information Resources Inc. 提供のスキャンパネルデータ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
TR	KEY	WEEK	SY	GE	VEND	ITEM	UNITS	DOLLARS	F	D	PR								
2	253422	1166	0	1	82548	20702	1	3.39	NONE	0	0								
3	253422	1170	0	1	82548	20702	1	3.39	NONE	0	0								
4	253422	1172	0	1	82548	20702	2	6.78	NONE	0	0								
5	253422	1174	0	1	82548	20702	1	3.39	NONE	0	0								
6	253422	1176	0	1	82548	20702	1	3.39	NONE	0	0								
7	253422	1177	0	1	82548	20702	1	3.39	NONE	0	0								

動的モデルを用いた分析

潜在効用の動的関係

- ブランドの潜在効用の動的関係から**ブランドスイッチング**を探る（宮崎・星野, 2013）
- 時点tのブランド1と2の潜在効用： u_{1t} u_{2t}

$$\begin{pmatrix} u_{it1} \\ u_{it2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{i[t-1]1} \\ u_{i[t-1]2} \end{pmatrix} + \dots$$

- $\lambda_{11} > 0$ ：ブランド1が続けて購買されやすい
- $\lambda_{12} > 0$ ：前の期にブランド2が購買されると当期にブランド1が購買されやすい

5

カテゴリー購買とブランド購買の同時分析

- ブランド非購買の原因
 1. 家庭内在庫の残存
 2. 他のブランドへのスイッチング
 - それぞれ対応策が異なる
 - 家庭内在庫量は商品カテゴリー購買行動に強く影響（佐藤, 2010）
⇒ **カテゴリー購買とブランド購買の同時分析**
- スキャンパネルデータを用いたカテゴリー購買とブランド購買の分析の先行研究は非常に多い

6

- Bucklin and Gupta (1992)
 - ロジットモデルを用いた製品カテゴリーとブランドの購入の分析
 - 単一製品カテゴリーの購入を考慮
- Chib, Seetharaman and Strijnev (2004)
 - 製品カテゴリーの購入時にブランドの購入が発生する入れ子型プロビットモデルを利用
- Mehta (2007) Song and Chintagunta (2007)
 - 複数製品カテゴリー購買 マーケットバスケット分析 世帯ごとの予算制約式の導入
- Ma et al. (2012)
 - 補完的な製品カテゴリーのブランドの同時購買
 - 一方の製品カテゴリーのブランド価格が補完的なカテゴリーのブランドの潜在効用に与える影響

7

問題設定

- カテゴリー購買とブランド購買の研究は単一ブランドの購買を仮定
- しかし複数ブランド購買は実際にありえる

<対処法（データ加工方法）>

- a. 個人ごとのブランドシェアを計算し、その比率の下でランダムに選択した複数ブランドから単一のブランドを抽出する（Chintagunta, Kyriazidou and Perktold, 2001）
- b. 複数ブランド選択時点は無視する（カテゴリー購買もブランド購買も起こらず、来店もしていないと考える）

8

これらのデータ加工方法の問題

- a,bともに単一のブランド選択データとなる
- あるブランドをベースラインにするため、一つ縮退
- ベースラインにされるブランドと主要ブランド群との潜在効用間の動的関係が分からない
- 特にbは購買が起きている時点でも複数ブランド購買されている場合を無視
- ⇒ブランドの潜在効用の間に仮定した自己回帰係数の解釈が無意味に
- これらの問題を解決するカテゴリ購買と複数ブランド購買の動的同時分析モデルの提案

9

新しい動的モデルの提案

- 複数ブランドの購買データを扱える動的モデル
- 消費者が商品カテゴリーの購入を決定する際に、満足できるブランドがない場合でも、常に効用が最大となるブランドを購入することを前提としたモデル
- 消費者が問題認識に基づいて商品カテゴリーの購入を決定し、その後ブランドを購入するというEngel-Blackwell-Miniardモデルとの整合性（後述）

10

モデル設定

i : 世帯 ($i = 1, \dots, n$) t : 期間 (週) ($t = 1, \dots, T_i$)

b : ブランド ($b = 1, \dots, B$) y_{it} : 製品カテゴリー購買

v_{it} : 製品カテゴリー購買の潜在効用

x_{it} : カテゴリ購買の説明変数

β_i : 回帰係数ベクトル

- 製品カテゴリー購買: 2項プロビットモデル

$$y_{it} = \begin{cases} 1 & (v_{it} > 0) \\ 0 & (v_{it} \leq 0) \end{cases}, \quad v_{it} = \mathbf{x}'_{it}\beta_i + \epsilon_{it},$$

$$\beta_i \sim N(\boldsymbol{\theta}, V_\beta), \quad \epsilon_{it} \sim N(0, 1)$$

11

$\mathbf{y}_{it}^* (= y_{it1}^*, \dots, y_{itB}^*)'$: ブランド購買 ($B \times 1$)

$\mathbf{u}_{it} (= u_{it1}, \dots, u_{itB})'$: ブランドの潜在効用ベクトル

W_{it} : ブランド購買の説明変数行列

$\boldsymbol{\gamma}_i$: 回帰係数ベクトル

\mathbf{u}_{it} の購買機会間の関係を以下のように定義

$$u_{it} = W_{it}\boldsymbol{\gamma}_i + \sum_{j=1}^M \Lambda_j \mathbf{u}_{i[t-j]} + \boldsymbol{\delta}_{it},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i \sim N(\boldsymbol{\phi}, V_\gamma), \quad \boldsymbol{\delta}_{it} \sim N(\mathbf{0}, \Psi)$$

識別性を確保するために Ψ を相関行列とし、製品カテゴリー効用とブランド効用の間の誤差相関をゼロと仮定

12

$$W_{it} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & p_{it1} & f_{it1} & d_{it1} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & p_{it2} & f_{it2} & d_{it2} \\ & & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & p_{itB} & f_{itB} & d_{itB} \end{pmatrix},$$

$$\gamma_i = (\gamma_{i1} \quad \cdots \quad \gamma_{iB} \quad \gamma_{ip} \quad \gamma_{if} \quad \gamma_{id})'$$

$p_{itb}, f_{itb}, d_{itb}$: 消費者 i の購買機会 t におけるブランド b の価格、チラシ、ディスプレイ

γ_{ib} : ブランド b の切片

$\gamma_{ip}, \gamma_{if}, \gamma_{id}$: 価格、チラシ、ディスプレイの係数

- ブランド購買データと潜在効用の関係

$$y_{itb}^* = \begin{cases} 1 & (u_{itb} \geq 0 \text{ or } \operatorname{argmax}_k u_{itk} = b) \\ 0 & (u_{itb} < 0 \text{ and } \operatorname{argmax}_k u_{itk} \neq b) \end{cases}$$

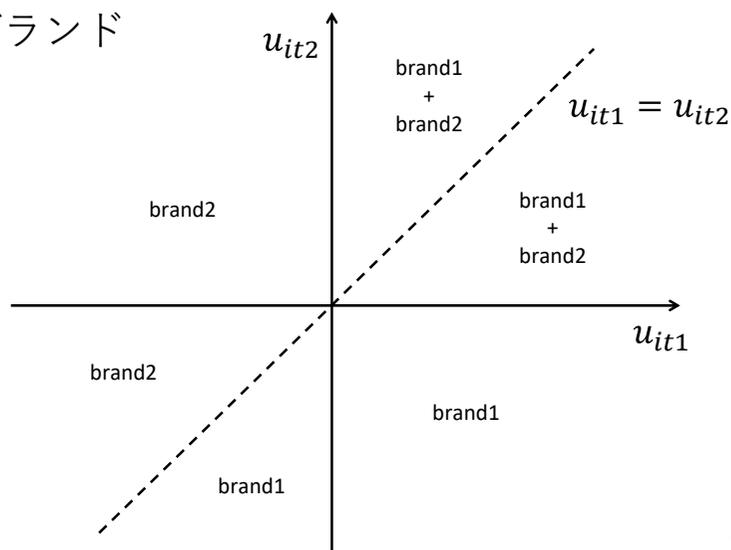
- 一方製品カテゴリの購入が発生しない場合 ($y_{it} = 0$) は、どのブランドの購入も観測されない
- この場合ブランド購買の潜在効用は実線全体から生成(Chib et al, 2004):

$$y_{itb}^* = 0, \quad -\infty \leq u_{itb} \leq \infty,$$

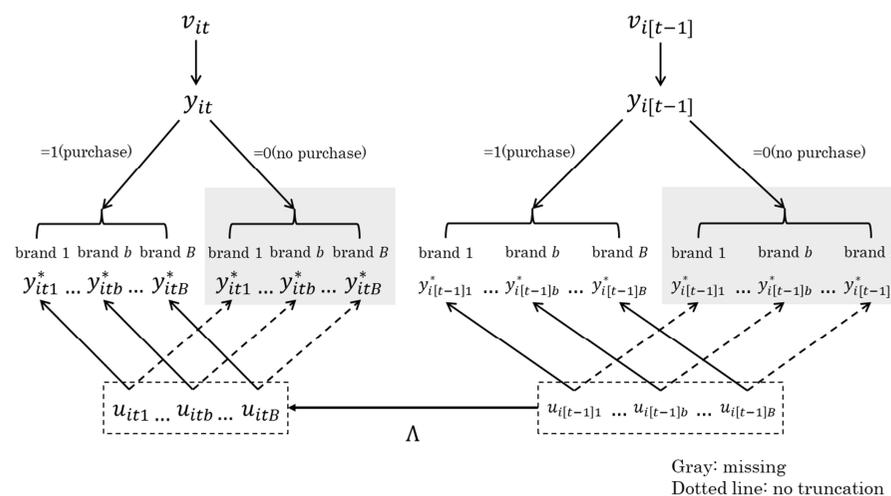
切断の無い正規分布から生成

ブランド選択の図解

- 2ブランド



提案モデルの図解



消費者行動の観点から見た提案モデル

1. EBMモデルが背景

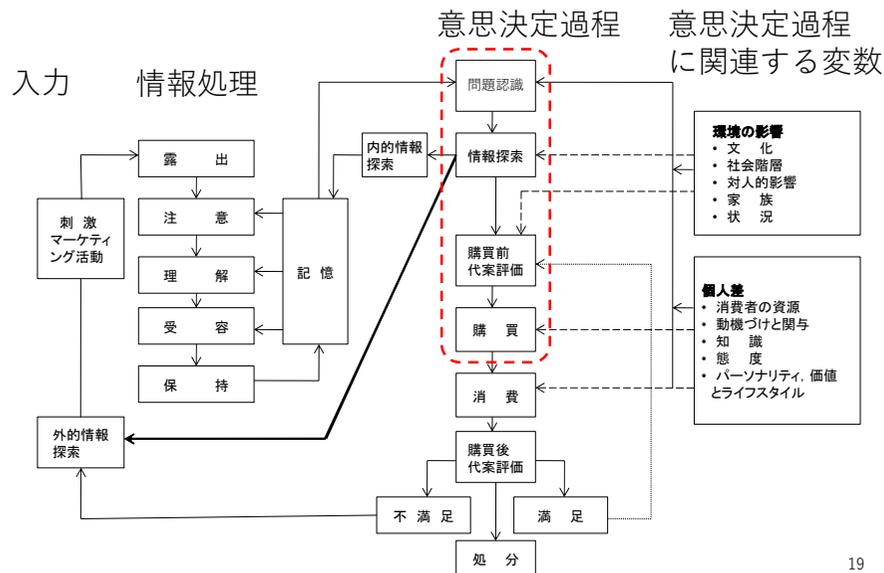
- カテゴリー購買が発生しない場合、ブランド購買データが観測されないため、ブランド効用ベクトル u_{it} は実線全体から生成される
- ブランド効用は製品カテゴリ非購入時にも存在し、製品カテゴリ購入の有無にかかわらず、すべての購買機会ですべての購買機会に動的関係が成立することを示す

- カテゴリー購買の意思決定がまず最初に行われる
- その上で満足に行くブランドがなくとも、その中で最も効用の高いブランドは必ず選択



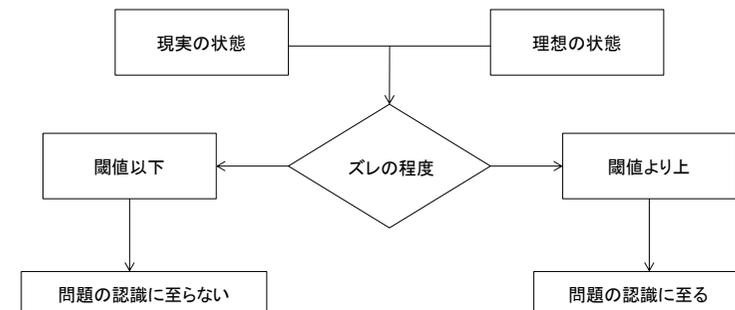
- **EBM(Engel, Blackwell & Miniard)モデル** (認知心理学モデル) の段階的意思決定プロセスに相当

EBMモデル



意思決定過程

- ズレが閾値以上なら問題認識、その後購買
- 満足する選択肢がなくとも、問題認識されている以上必ず購買する



統計モデルとしての利点

1. ブランド数を縮退しない

- カテゴリー購買と複数ブランド購買の同時分析モデルとして、
 1. ブランド購買に多変量プロビットモデルを仮定
 2. B-1番目のブランドまで全て選択されなければB番目のブランドを選択する
- というモデルも考えられる
- しかし、動的モデルに拡張した時に、ベースラインにされるブランドと主要ブランド群との間の動的関係が分からない
- ベースラインのブランドのマーケティング変数の影響が分からない

22

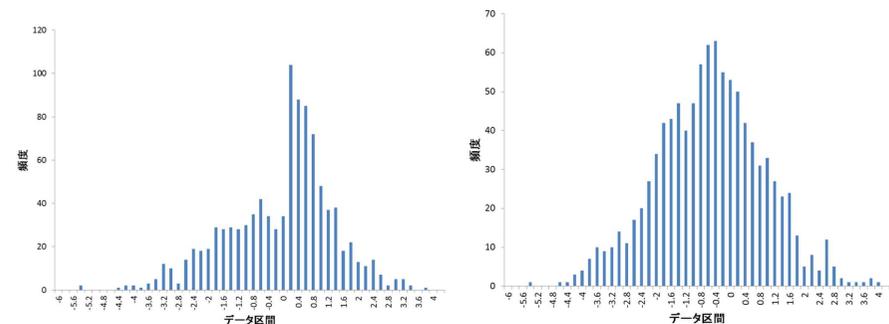
2. ポテンシャルアウトカムの考え方

- y_{it}^* は $y_{it} = 1$ のときに観測され $y_{it} = 0$ のときには観測されない
- ポテンシャルアウトカムのベクトルとみなされる (Rubin, 2005)
- ブランド購入変数ベクトル \mathbf{y}_{it}^* は、製品カテゴリ購入 y_{it} の値に依存せずに定義されるが、 $y_{it} = 0$ の時には \mathbf{y}_{it}^* の値は観測されないため

21

潜在効用の分布例

- 左：いずれかのブランドの効用を正とする制約を置いた場合 右：提案手法



24

2. 効用の正規性が失われない

- カテゴリー購買が起こった上で、「いずれかのブランドの効用が正になる」という制約をおくと、潜在効用ベクトルの正規性が失われる

→ 提案手法は潜在効用の正規性が保たれるため、潜在効用間に動的な関係を簡単に仮定できる

23

パラメータ推定法

- データ拡大法を用いたベイズ推定を利用
- 同時事後分布は以下

$$\pi(\boldsymbol{\theta})\pi(V_\beta)\pi(\boldsymbol{\phi})\pi(V_\gamma)\pi(\Lambda)\pi(\Psi)\prod_{i=1}^N\pi(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\theta}, V_\beta)\pi(\boldsymbol{\gamma}_i|\boldsymbol{\phi}, V_\gamma)$$

$$\times \prod_{t=1}^{T_i} \int_{S_{it}} \int_{R_{it}} \pi(v_{it}|\boldsymbol{\beta}_i, \mathbf{x}_{it})\pi(\mathbf{u}_{it}|\mathbf{u}_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}_{i[t-M]}, \boldsymbol{\gamma}_i, \Lambda, \Psi, W_{it})d\mathbf{u}_{it}dv_{it}$$

ここで

$$S_{it} = \left\{ v_{it} : \begin{bmatrix} v_{it} \geq 0 (y_{it} = 1) \\ v_{it} < 0 (y_{it} = 0) \end{bmatrix} \right\}$$

$$R_{it} = \left\{ \mathbf{u}_{it} : \begin{bmatrix} -\infty \leq u_{itb} \leq \infty (y_{it} = 0) \\ u_{itb} \geq 0 \text{ or } \operatorname{argmax}_k u_{itk} = b (y_{itb}^* = 1) \\ u_{itb} < 0 \text{ and } \operatorname{argmax}_k u_{itk} \neq b (y_{itb}^* = 0) \end{bmatrix} \right\}$$

25

3. シミュレーション研究

- 提案モデルのパラメータ復元や有効性の確認
- ラグの長さ：1 ($M=1$) ブランド数 3
- パラメータセット

$$\boldsymbol{\theta} = (0.3 \quad -0.5 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad -0.02)'$$

$$V_\beta = 0.05 \cdot I_5,$$

$$\boldsymbol{\phi} = (-0.2 \quad -0.4 \quad -0.6 \quad -1.0 \quad 1.0 \quad 1.0)'$$

$$V_\gamma = 0.05 \cdot I_6$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} 1.0 & -0.4 & -0.4 \\ -0.4 & 1.0 & -0.4 \\ -0.4 & -0.4 & 1.0 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 0.7 & -0.1 & -0.1 \\ -0.1 & 0.7 & -0.1 \\ -0.1 & -0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

26

- サンプル数：1000 購買機会数：20
- 各パラメータセットにつき、10個のデータセットを作成

複数ブランド購入のパターンとその発生率の平均値

	No. of Occurrences
(1, 1, 1)	65.2
(1, 1, 0)	1526.2
(1, 0, 1)	872.4
(1, 0, 0)	4278.3
(0, 1, 1)	521.7
(0, 1, 0)	2885.9
(0, 0, 1)	1923.9
(0, 0, 0)	7926.4

例：(1,1,0) は、ブランド1と2が購入され、ブランド3は購入されなかったことを示す

27

- 曖昧事前分布の指定
- バーンイン：1,000回
- 事後分布のモード計算のための反復回数：9,000
- 判定基準
 - 真のパラメータ値とその推定値の間の平均二乗誤差 (MSE)
 - 真の値が95%信頼区間に入っていないパラメータ数の割合
- これらの値の平均値をデータセットごとに算出
- 以下の結果はパラメータの推定精度が十分であることを示す

Results	
1	2
3.037×10^{-4}	5.763%

28

既存モデルとの比較

- クロスバリデーションを行い以下のモデル群の的中率を比較
1. 提案モデル
 2. 製品カテゴリー購買と単一ブランド購買（ブランド効用間の動的関係）の入れ子型プロビットモデル
 3. 商品カテゴリー購買と複数ブランド購買について、それぞれ二項プロビットモデルと動的多変量プロビットモデルを仮定した入れ子型モデル

29

- 多項プロビットモデルでは複数ブランド購買に対応できないため、このモデルに適用できるようにデータを編集する必要

- 以下2つのデータ加工方法
- A) 各世帯のブランドシェアを算出し、そのブランドシェアに基づいて複数購買ブランドの中から1つのブランドを選択する
 - B) 複数のブランドを購入した購買機会を無視する（商品カテゴリーの購買もブランドの購買もないと仮定）

30

- 前2つのデータ加工方法はモデル「2」に適用できるため、次の4つのモデルを比較

1. 提案モデル
- 2A. データ加工方法"A"を使用したモデル"2"
- 2B. データ加工方法"B"を使用したモデル"2"
3. 製品カテゴリー購買に二項プロビットモデル、複数ブランド購買に動的多変量プロビットモデルが仮定された入れ子型のモデル

31

モデル比較

- 目的変数のデータ（製品カテゴリー購買のデータとブランド購買データ）はそれぞれ適用するモデルによって異なる
 - 周辺尤度や情報量基準を使用することは不適切であり、ホールドアウトサンプルで計算されたMSEに基づく比較がより適切
- 本シミュレーション研究では、ブランドごとに2つの購入結果（0 or 1）があり、合計3つのブランドがあるため、 $2^3 = 8$ の複数ブランドの購入パターンベクトルが考えられる
- 製品カテゴリーの非購買は、全ブランドの非購買としてコード化

32

モデル比較の手順

1. 16回目の購買機会の検証用データを生成し、MCMCのアウトプットを使用してパラメーターの事後モードを計算
2. 検証用データを使用して、1回目と15回目の購買機会データから製品カテゴリーとブランドの潜在効用を発生し、16回目の購買発生率と購買パターンを予測
3. 16回目の購買機会の予測と検証用データを使用して、複数ブランドの購入の8パターンの的中率を計算
4. 10個のデータセットのそれぞれの的中率の平均値を算出し、比較

33

- さらに、検証用のホールドアウトサンプルデータと予測データについて、製品カテゴリーの購買／非購買の的中率を計算
- また各データセットのブランドスイッチングの確率について、真値と予測値の間のMSEを計算し、10個のデータセットの平均を取得

各モデルのブランドスイッチング確率の的中率とMSEの平均

	1	2A	2B	3
製品カテゴリー	0.5851	0.5441	0.5262	0.5433
ブランド	0.4298	0.3497	0.3660	0.3156
MSE($\times 10^{-3}$)	4.747	9.649	9.649	7.568

34

4. 実データ解析

- Information Resources Inc.から提供されたスキャナーパネルデータ(Bronnenberg, Kruger and Mela, 2008)
- 2005年から2006年にかけて最も売れた冷凍食品3ブランド (Nestle, Conagra, Heinz) を選び、残りのブランドを1つのブランドとみなし、4つの選択肢を構成
- 調査期間中に10回以上購入した世帯は1,592世帯
- この中から300世帯を無作為に抽出し、さらに100世帯のホールドアウトサンプルを確保
- 残りの200世帯をパラメータ推定に使用

35

IRIデータの冷凍食品購入パターン

Nestle	Conagra	Heinz	Other brands	No. of Occurrences
1	1	1	1	7
1	1	1	0	22
1	1	0	1	31
1	1	0	0	188
1	0	1	1	20
1	0	1	0	92
1	0	0	1	105
1	0	0	0	1163
0	1	1	1	9
0	1	1	0	48
0	1	0	1	133
0	1	0	0	1177
0	0	1	1	45
0	0	1	0	502
0	0	0	1	787
0	0	0	0	10844

36

- シミュレーション研究と同様に、提案モデルを既存のモデル2A・2B・3と比較
- Burn-in : 5,000
- 事後モードの計算回 : 5,000 (全モデルで共通)
- Gewekeの収束判定方法 (Geweke, 1992) を用い、すべてのモデルの全パラメータの収束を確認

37

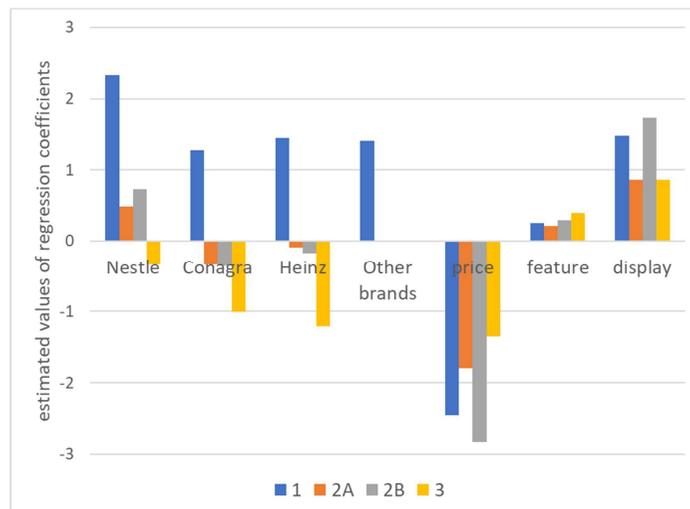
推定結果

- 製品カテゴリー購買に対する回帰係数の推定平均値 (θ)



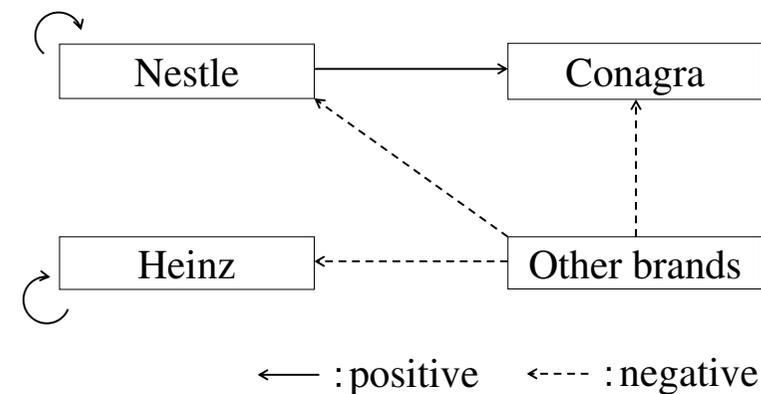
38

- ブランド購買に関する回帰係数の平均値推定結果 (ϕ)



39

提案モデルの自己回帰係数行列の推定値 (Λ)



95%信用区間に0が含まれないパラメータ推定値のみ図示

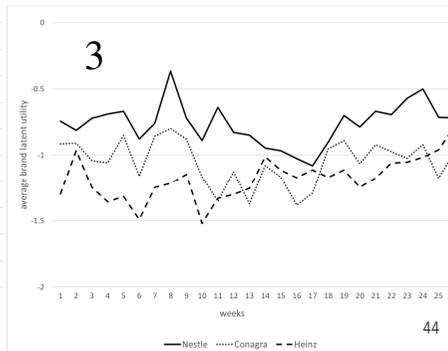
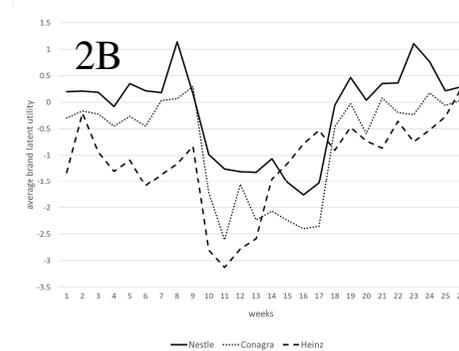
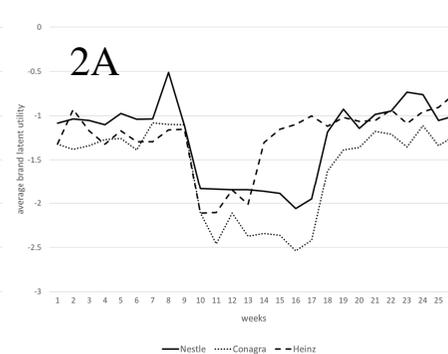
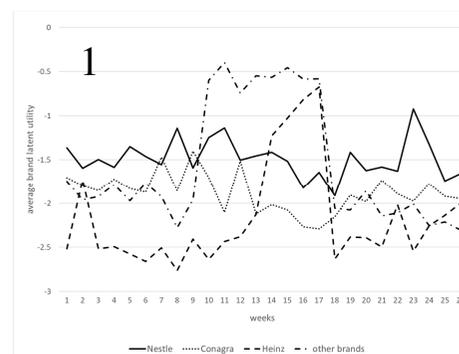
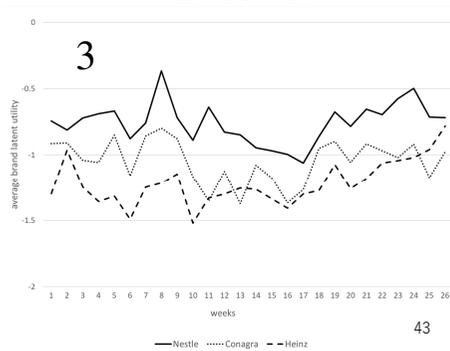
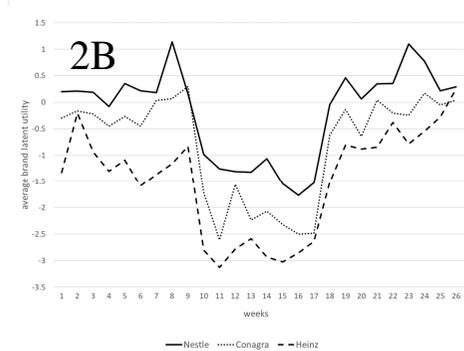
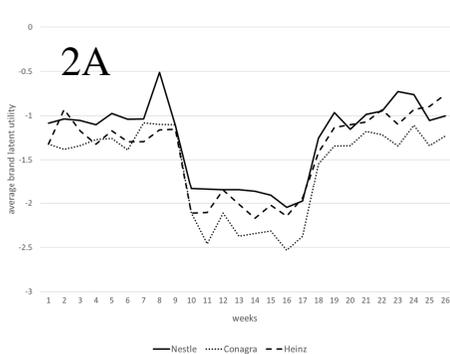
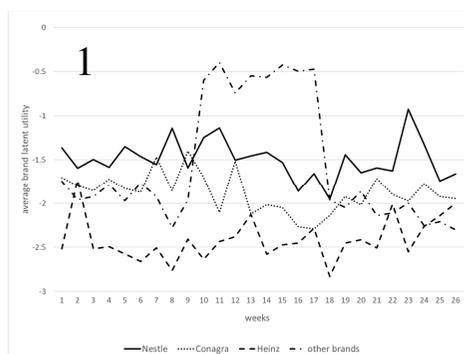
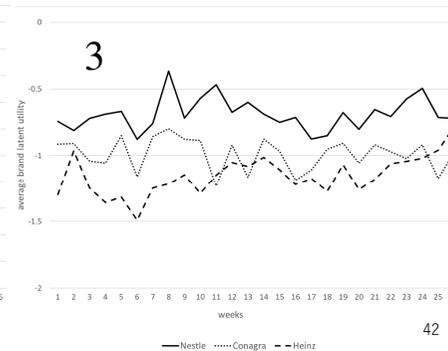
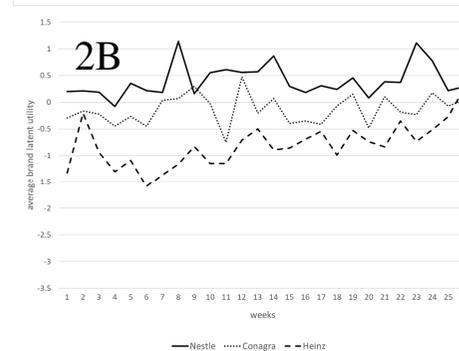
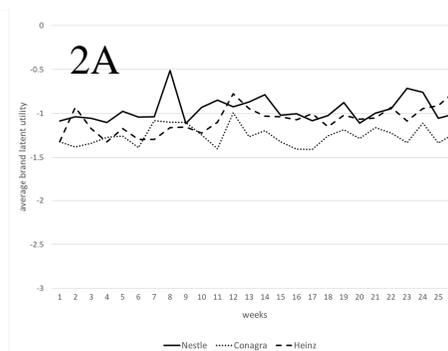
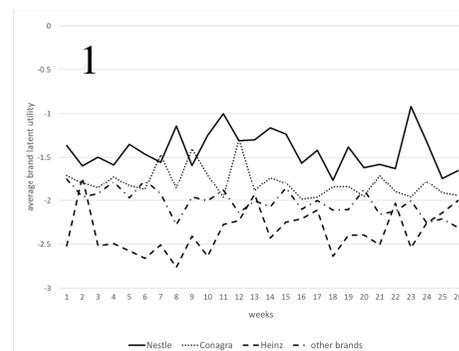
40

ブランドスイッチの確率の的中率、MSEの平均値

- ブランドスイッチの確率について、ホールドアウトサンプルから求めた値と予測値の間のMSE

	1	2A	2B	3
製品カテゴリー	0.7477	0.7025	0.7102	0.6969
ブランド	0.699	0.6797	0.6727	0.6619
MSE($\times 10^{-3}$)	0.2871	3.445	3.607	1.491

- モデル3のMSEは提案手法の約5倍、モデル2Aと2BのMSEは提案手法の約10倍となっている



AUCを用いたモデル比較

- 本提案モデルは、GHKシミュレータを用いた尤度の計算が不可能
- 各時点について適用されるトランケーションの形が異なるため
- hold-out法を用いて、バリデーションデータについてAUC(Area Under Curve)を算出

45

結果

	1	2A	2B	3
製品カテゴリー	0.7477	0.7025	0.7102	0.6969
ブランド	0.6990	0.6797	0.6727	0.6619
MSE($\times 10^{-3}$)	0.2871	3.445	3.607	1.491
マクロ平均	0.9037	0.7584	0.6471	0.7017
ブートストラップ 標準誤差	0.01173	0.01847	0.03590	0.02061
マイクロ平均	0.8824	0.7187	0.6908	0.6991
ブートストラップ 標準誤差	0.01332	0.02222	0.02993	0.01968

46

結論

- 複数ブランドの同時購買に対応した、製品カテゴリー一購買とブランド購買の動的モデルの提案
- EBMモデルの段階的な意思決定プロセスとの整合性
- シミュレーション研究では、パラメータが十分な精度で復元できることを確認
- 同時点の複数ブランド購買頻度は低いため無視していいとする論文も (Erdem & Keane, 1996; Chintagunta, Kyriazidou & Perktold, 2001)

47

考察

- しかし購買行動間の動的な関係を探るために潜在効用に動的モデルを仮定することは多い (Paap & Franses, 2000; Montgomery, Li, Srinivasan & Liechty, 2004)
- 動的な関係を仮定する場合、上記のデータ加工は不適切

48

- 現在では複数ブランドの同時購買をモデリングする方法として、無差別曲線を背後に仮定するいわゆる構造型アプローチに基づく離散選択モデルも提案されている (Kim, Allenby and Rossi, 2002; Chintagunta and Nair, 2011)
- しかしこれらの方法では効用関数に直接動的な構造を導入することは容易ではなく、また既存の動的離散選択モデルとの関連性がなくなり、ブランドスイッチングなどの解釈が難しくなる

49

補足：セミパラメトリックモデル

- ブランド購買の潜在効用に対しセミパラメトリックベイズモデルを利用し拡張
 - 関心外のパラメータ（誤差分散共分散行列）にディリクレ過程事前分布を設定し、関心のあるパラメータの推定精度を高める
- 前述の新しいリンク関数で前の拡張ができるかは不明
- シミュレーション研究によりパラメータ復元を確認

50

- カテゴリー購買

$$v_{it} = \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta}_i + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(0, 1)$$

$$\boldsymbol{\beta}_i \sim N(\boldsymbol{\theta}, V_\beta)$$

- ブランド購買

- 誤差変数の分散共分散行列にディリクレ過程事前分布を仮定

$$\mathbf{u}_{it_1} = W_{it_1} \boldsymbol{\gamma}_i + \sum_{j=1}^M \Lambda_j \mathbf{u}_{i[t_1-j]} + \boldsymbol{\delta}_{it_1}, \quad \boldsymbol{\delta}_{it_1} \sim \sum_{l=1}^{\infty} \pi_l N(\mathbf{0}, \Psi_l)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i \sim N(\boldsymbol{\phi}, V_\gamma)$$

- 前のモデルと同様、自己回帰係数に変量効果は仮定せず、カテゴリー購買とブランド購買の潜在効用間の誤差変数ベクトルは 0 に固定

51

パラメータ推定

- ベイズ推定法
- MCMCアルゴリズムを使用
- 曖昧事前分布を利用

52

シミュレーション研究

- パラメータの復元を示す
- パラメータセット

$$\theta = (2.0 \quad -0.1 \quad 0.5 \quad 0.3) ', \quad V_{\beta} = 0.03 \times I_4$$

$$\phi = (0.2 \quad 0.0 \quad -0.2 \quad -0.5 \quad 0.5 \quad 0.5) ', \quad V_{\gamma} = 0.01 \times I_6$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1 & -0.1 \\ -0.1 & 0.2 & -0.1 \\ -0.1 & -0.1 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad \pi = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} 1.0 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 2.0 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 2.0 \end{pmatrix}$$

53

- サンプル数：2000
- 各パラメータセットについて10データセット発生
- 購買機会数の平均：31.96, 標準偏差：2.568
- 真値が95%ベイズ信頼区間に含まれないパラメータ数の割合を各データについて算出し、さらにその平均値を算出
- 結果： 3.800×10^{-2}

54

実データ解析

- 米国のInformation Resources社提供のIRIスキャンパネルデータ (Bronnenberg, Kruger and Mela, 2008)
- 分析対象期間：2005年1月～2006年12月
- シリアルのパネルデータを使用
- 主要3ブランド：General mills, Kellogg, Altria
- 残りのブランドをまとめて1ブランドとみなした
- 上記4ブランド全てについて単一でも複数でも異なる購買機会度で30回以上買った世帯から1000世帯を無作為に抽出

55

カテゴリー購買のパラメータ推定結果

	事後モード	標準誤差
切片	11.89	0.4637
価格	-9.518	0.3583
チラシ	0.1264	0.1109
ディスプレイ	4.453	0.1163
家庭内在庫	-0.04374	0.001888

56

ブランド購買のパラメータ推定結果

	事後モード	標準誤差
切片		
General	4.778	0.2295
Kellogg	4.435	0.2134
Altria	3.484	0.1936
他ブランド	3.223	0.1753
価格	-4.134	0.1666
チラシ	-0.06901	0.0507
ディスプレイ	1.921	0.04677

57

自己回帰係数 Λ の推定結果

	General	Kellogg	Altria	他ブランド
General	0.01573 (6.568×10^{-3})	-0.004555 (5.189×10^{-3})	-0.001015 (7.707×10^{-3})	-0.01677 (6.566×10^{-3})
Kellogg	-0.01523 (6.619×10^{-3})	0.01840 (5.409×10^{-3})	-0.002138 (8.232×10^{-3})	-0.01692 (7.062×10^{-3})
Altria	-0.01009 (7.626×10^{-3})	-0.003049 (5.947×10^{-3})	0.04202 (8.260×10^{-3})	-0.02150 (7.110×10^{-3})
他ブランド	-0.01061 (6.719×10^{-3})	-0.01252 (5.376×10^{-3})	-0.002335 (8.036×10^{-3})	0.03526 (7.223×10^{-3})

58

符号で表示したもの

	General	Kellogg	Altria	他ブランド
General	+			-
Kellogg	-	+		-
Altria			+	-
他ブランド		-		+

59

まとめ

- 回帰係数に変量効果を仮定したセミパラメトリックベイズモデルを提案し、パラメータ復元を確認した
- 実データ解析より実際にモデルが実データに適用できることを示した

60

考察

- 内生性：データ欠測・最適な価格決定などのために発生する可能性
- IRIデータセットに含まれていない、売り場やテレビコマercialに関する変数など、購入以外の機会や購入意向でブランドの記憶に影響を与える可能性のある変数の導入

<今後の課題>

- ブランドスイッチングの検証以外の目的への応用
- 店舗選択や複数商品・カテゴリの購入データへの応用など

61

店舗選択の先行研究

- Ma et al, 2012
 - 補完的な製品カテゴリーのブランドの同時購買
- Guyt, J. Y., & Gijsbrechts, E. (2014)
 - カレンダー効果が現れる製品カテゴリーの探索
 - チェーン店間で目玉商品の値下げのタイミングを交互に変えることで、メーカーと小売店の売上が増加
- Van Lin, A., & Gijsbrechts, E. (2016)
 - 健康美容製品を買う際の、スーパーマーケットとドラッグストアの業態選択

62

- Bell, D. R., & Lattin, J. M. (1998)
 - EDLP店舗とHILO店舗の選択とそれぞれの最適な価格決定方式
 - バasketサイズの大小と、店舗選択とカテゴリー購買に対する価格弾力性の高低
- Hsieh & Stiegert (2012)
 - 品質に対する消費者の知覚の違いは店舗の業態選択に系統的な影響を与える
 - オーガニック商品をよく購入する人はハイエンドな小売店を好む
 - 小売店と消費者の間の距離による買い物費用は、店舗の業態選択の説明に役立つ
 - 移動距離が長い・買い物の頻度が少ない・平均購入額が大きい世帯は移動コストが高くなるため、より幅広い業態を好む

63

- Tang, Bell & Ho (2001)
 - 固定費用と変動費用は価格形態 (HILO/EDLP) によって異なる
 - HILO店舗は固定費用が高く変動費用は低い
- 里村・佐藤 (2020)
 - 店舗選択の先行研究レビュー
 - 変動費用と固定費用の合計値である買い物費用が最も小さい業態を選択するモデルの提案
- Volle (2001)
 - 店舗レベルのプロモーション (週刊チラシ、ラジオ、屋外広告) が食料品店の選択に与える短期的な効果
 - 世帯ごとの店舗選択について多項ロジットモデルをパネルデータに適用
 - 店舗レベルのプロモーションが店舗選択に与える短期的な効果は (有意だが) 弱い

64

店舗選択への本提案モデルの応用

- 店舗選択 + 複数製品カテゴリー購買という「スケールの変更」
 - カテゴリー購買 → 店舗選択
 - 複数ブランド購買 → 複数カテゴリー
- 動的モデルの意味
- このモデルはどのような消費者行動モデルに適合するか
 - 業態ごとで補完関係の製品カテゴリーの同時購買行動に違いがあるか、など？

65

ご清聴ありがとうございました

66

参考文献

- Bell, D. R., & Lattin, J. M. (1998). Shopping behavior and consumer preference for store price format Why "large basket" shoppers prefer EDLP. *Marketing Science*
- Bronnenberg, B. J., Kruger, M. W., & Mela, C. F. (2008). Database paper—The IRI marketing data set. *Marketing science*, 27(4), 745-748.
- Bucklin, R. E., & Gupta, S. (1992). Brand choice, purchase incidence, and segmentation: An integrated modeling approach. *Journal of Marketing Research*, 29(2), 201-215.
- Chib, S., Seetharaman, P. B., & Strijnev, A. (2004). Model of brand choice with a no-purchase option calibrated to scanner-panel data. *Journal of marketing research*, 41(2), 184-196.
- Chintagunta, P., Kyriazidou, E., & Perktold, J. (2001). Panel data analysis of household brand choices. *Journal of Econometrics*, 103(1-2), 111-153.
- Chintagunta, P. K., & Nair, H. S. (2011). Structural workshop paper—discrete-choice models of consumer demand in marketing. *Marketing Science*, 30(6), 977-996.
- Erdem, T., & Keane, M. P. (1996). Decision-making under uncertainty: Capturing dynamic brand choice processes in turbulent consumer goods markets. *Marketing science*, 15(1), 1-20.
- Geweke, J. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculations of posterior moments. *Bayesian statistics*, 4, 641-649.
- Guyt, J. Y., & Gijbrecchts, E. (2014). Take turns or March in sync? The impact of the national brand promotion calendar on manufacturer and retailer performance. *Journal of Marketing Research*, 51(6), 753-772.
- Hsieh, M. F., & Stiegert, K. W. (2012). Store format choice in organic food consumption. *American Journal of Agricultural Economics*, 94(2), 307-313.
- Kim, J., Allenby, G. M., & Rossi, P. E. (2002). Modeling consumer demand for variety. *Marketing Science*, 21(3), 229-250.
- Ma, Y., Seetharaman, P. B., & Narasimhan, C. (2012). Modeling dependencies in brand choice outcomes across complementary categories. *Journal of Retailing*, 88(1), 47-62.
- Manchanda, P., Ansari, A., & Gupta, S. (1999). The "shopping basket": A model for multicategory purchase incidence decisions. *Marketing science*, 18(2), 95-114.
- Mehta, N. (2007). Investigating consumers' purchase incidence and brand choice decisions across multiple product categories: A theoretical and empirical analysis. *Marketing Science*, 26(2), 196-217.

67

- 宮崎慧, & 星野崇宏. (2013). 階層ベイズ動的モデルによるブランドスイッチングの分析: グレンジャー因果性検定の利用. *マーケティング・サイエンス*, 22(1), 11-35.
- Miyazaki, K., Hoshino, T., & Böckenholt, U. (in press). Dynamic Two Stage Modeling for Category-Level and Brand-Level Purchases Using Potential Outcome Approach With Bayes Inference. *Journal of Business & Economic Statistics*.
- Montgomery, A. L., Li, S., Srinivasan, K., & Liechty, J. C. (2004). Modeling online browsing and path analysis using clickstream data. *Marketing science*, 23(4), 579-595.
- Paap, R., & Franses, P. H. (2000). A dynamic multinomial probit model for brand choice with different long - run and short - run effects of marketing - mix variables. *Journal of Applied Econometrics*, 15(6), 717-744.
- Rubin, D. B. (2005). Causal inference using potential outcomes: Design, modeling, decisions. *Journal of the American Statistical Association*, 100(469), 322-331.
- 佐藤忠彦. (2010). マーケティングにおける結果データ動的活用のためのベイジアンモデリング. *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, 55(1), 25-30.
- 里村卓也・佐藤栄作 (2020年12月) 消費者の小売業態間での店舗選択行動の分析 日本マーケティング・サイエンス学会第108回研究大会
- Song, I., & Chintagunta, P. K. (2007). A discrete-continuous model for multicategory purchase behavior of households. *Journal of Marketing Research*, 44(4), 595-612.
- Tang, C. S., Bell, D. R., & Ho, T. H. (2001). Store choice and shopping behavior: how price format works. *California Management Review*, 43(2), 56-74.
- Van Lin, A., & Gijbrecchts, E. (2016). The battle for health and beauty What drives supermarket and drugstore category-promotion lifts. *International Journal of Research in Marketing*, 33(3), 557-577.
- Volle, P. (2001). The short-term effect of store-level promotions on store choice, and the moderating role of individual variables. *Journal of Business research*, 53(2), 63-73.

68

補足

ベイズ潜在クラスとディリクレ過程について

69

ベイズ潜在クラスモデル

- 問題となるのは潜在クラスの所属を表す指示変数 (z_i と表す) の発生

\mathbf{y} : 目的変数

Φ : z_i に関するパラメータ

Ψ : z_i に関係しないパラメータ

とし、 $\Pr(z_i = m) = \pi_m$ と書くと、 $z_i = m$ の完全条件付き事後分布は

70

$$\begin{aligned}\pi(z_i = m | \Phi, \Psi, \mathbf{y}) &= \frac{\pi(z_i = m, \Phi | \Psi, \mathbf{y})}{\pi(\Phi | \Psi, \mathbf{y})} \\ &= \frac{\pi(z_i = m, \Phi | \Psi, \mathbf{y})}{\sum_{l=1}^M \pi(z_i = l, \Phi | \Psi, \mathbf{y})} \\ &= \frac{\pi_m \cdot \pi(\Phi | z_i = m, \Psi, \mathbf{y})}{\sum_{l=1}^M \pi_l \cdot \pi(\Phi | z_i = l, \Psi, \mathbf{y})}\end{aligned}$$

※分母の計算では全クラスのパラメータを用いる
※別のクラスから発生されたパラメータも他の各クラスから発生されたと見なすことになる

71

ディリクレ過程

- ベイズ統計学におけるセミパラメトリック法の代表的な方法
- Semiparametric BayesというほぼDirichlet process

<定義>

任意の可測空間 (X, \mathcal{B}) を考え、この上で定義された確率分布 G_0 と正の実数 α が与えられているとする。 X の任意の分割 B_1, \dots, B_m で、

$$B_i \in \mathcal{B}, \quad B_i \cap B_j = \emptyset, \quad \cup_{i=1}^m B_i = X$$

72

に対してランダムな確率分布 G が

$$(G(B_1), \dots, G(B_m)) \sim \text{Dir}(\alpha G_0(B_1), \dots, \alpha G_0(B_m))$$

であるとき、 G はディリクレ過程にしたがうという

ディリクレ過程のパラメータは

1. 正の実数 α
2. 確率分布 G_0 (**基底測度** (base measure) と呼ばれる)

G がディリクレ過程にしたがうことを

$$G \sim DP(\alpha G_0)$$

と表す

73

スティック・ブレイキング表現

- 確率変数 $\nu_i \sim \text{Be}(1, \alpha)$ を用いて、 $\theta_i^* \sim G_0$ とすると、以下を満たすパラメータ

$$\pi_1 = \nu_1, \quad \pi_m = \nu_m \prod_{i=1}^{m-1} (1 - \nu_i)$$

を用いて

$$G(\cdot) = \sum_{m=1}^{\infty} \pi_m \delta_{\theta_m^*}(\cdot) \sim DP(\alpha G_0)$$

と表せる

Sethuraman, J. (1994). A constructive definition of Dirichlet priors. *Statistica sinica*, 639-650.

74

例：線形回帰モデル

- セミパラメトリック・モデルへの拡張

$$y_i \sim N(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}_i, \sigma_i^2)$$

$$\boldsymbol{\theta}_i \sim G, \quad G \sim DP(\alpha G_0),$$

$$\boldsymbol{\theta}_i = (\boldsymbol{\beta}_i, \sigma_i^2), \quad dG_0 = N(\boldsymbol{\beta}_0, B_0) IG\left(\frac{n_0}{2}, \frac{s_0}{2}\right)$$

これがスティック・ブレイキング表現では

$$G(\cdot) = \sum_{m=1}^{\infty} \pi_m \delta_{\boldsymbol{\theta}_m^*}(\cdot), \quad \boldsymbol{\theta}_m^* = (\boldsymbol{\beta}_m^*, \sigma_m^{*2}) \sim G_0$$

となる。さらに

$$P(z_i = m) = \pi_m$$

を満たす潜在変数 z_i を導入し、 $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}_{z_i}^*$ とする

75

- このとき

$$y_i | z_i \sim N(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}_{z_i}^*, \sigma_{z_i}^{*2}), \quad P(z_i = m) = \pi_m,$$

$$\pi_m = \nu_m \prod_{i=1}^{m-1} (1 - \nu_i), \quad \nu_m \sim \text{Be}(1, \alpha), \quad \boldsymbol{\theta}_m^* \sim G_0$$

となり、結局 y_i は

$$y_i \sim \sum_{m=1}^{\infty} \pi_m N(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}_m^*, \sigma_m^{*2})$$

となり、**無限混合モデル**となっている

76

パラメータ推定

- 実はギブス・サンプリングを用いて簡単に推定できる
- $z_i, \theta_m^*, \pi_m, \alpha$ をサンプリングする必要があるが、 θ_m^*, π_m は無数存在するためこのままでは推定は理論的には不可能。しかし、

$$m \rightarrow \infty \text{ ならば } \pi_m \rightarrow 0$$

つまり十分大きい自然数 M を用いれば、以下の G_α

$$G_\alpha(\cdot) = \sum_{m=1}^M \pi_m \delta_{\theta_m^*}(\cdot)$$

を G の代わりに用いてもよい

Ishwaran, H., & James, L. F. (2001). Gibbs sampling methods for stick-breaking priors. *Journal of the American Statistical Association*, 96(453), 161-173.

77

要するに

- 有限混合モデルとほとんど同じ
- 各要素の所属確率の算出が少し異なるだけ

<実際の推定>

全てのパラメータをまとめて Θ と表記し、 Θ から、あるパラメータ φ を除いたものを $\Theta_{-\varphi}$ と書く

$S_m = \{i | z_i = m\}$ とおくと、 θ_m^* の完全条件付き事後分布は

$$\pi(\theta_m^* | \Theta_{-\theta_m^*}, \mathbf{y}) = dG_0(\theta_m^*) \prod_{i \in S_m} f(y_i | \theta_m^*)$$

78

$$\propto \prod_{i \in S_m} \left(\frac{1}{\sigma_m^{*2}} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_m^*)^2}{2\sigma_m^{*2}} \right\} \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_m^* - \boldsymbol{\beta}_0)' B_0^{-1} (\boldsymbol{\beta}_m^* - \boldsymbol{\beta}_0) \right\} \times \left(\frac{1}{\sigma^{*2}} \right)^{n_0/2+1} \exp \left(-\frac{s_0}{2\sigma^{*2}} \right)$$

ここで、 $f(y_i | \theta_m^*) = N(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_m^*, \sigma_m^{*2})$ である。結局線形回帰モデルの事後分布に等しくなるので、 $\boldsymbol{\beta}_m^*, \sigma_m^{*2}$ の完全条件付き事後分布は

$$\pi(\boldsymbol{\beta}_m^* | \Theta_{-\boldsymbol{\beta}_m^*}, \mathbf{y}) = N(\hat{\boldsymbol{\beta}}_m, \hat{B}_m),$$

$$\hat{B}_m^{-1} = \sum_{i \in S_m} \frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i'}{\sigma_m^{*2}} + B_0^{-1}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_m = \hat{B}_m \left(\sum_{i \in S_m} \frac{\mathbf{x}_i y_i}{\sigma_m^{*2}} + B_0^{-1} \boldsymbol{\beta}_0 \right)$$

となる。

※所属するサンプルが1つもない ($n_m = 0$) ときは事前分布からのサンプリングとなる

79

- z_i は離散値の潜在変数
- 完全条件付き事後分布の説明のため、 z_i に関するパラメータを Φ (z_i 自体も含む)、関係しないパラメータを Ψ と書く

$$\pi(z_i = m | \Phi_{-z_i}, \Psi, \mathbf{y}) = \frac{\pi(z_i = m, \Phi_{-z_i} | \Psi, \mathbf{y})}{\pi(\Phi_{-z_i} | \Psi, \mathbf{y})} \\ = \frac{\pi(z_i = m, \Phi_{-z_i} | \Psi, \mathbf{y})}{\sum_{l=1}^M \pi(z_i = l, \Phi_{-z_i} | \Psi, \mathbf{y})} \\ = \frac{\pi_m \cdot \pi(\Phi_{-z_i} | z_i = m, \Psi, \mathbf{y})}{\sum_{l=1}^M \pi_l \cdot \pi(\Phi_{-z_i} | z_i = l, \Psi, \mathbf{y})}$$

※分母の計算では全クラスのパラメータを用いることに注意。これは潜在クラス/有限混合モデルでも同じ

80

π_m のサンプリングは v_m のサンプリングに置き換えられる。 v_m の完全条件付き事後分布は

$$\begin{aligned} & \pi(v_m | \Theta_{-v_m}, \mathbf{y}) \\ &= Be \left(1 + n_m, \alpha + \sum_{r=m+1}^M n_r \right) \quad (m = 1, \dots, M-1) \end{aligned}$$

ここだけ通常の潜在クラス／有限混合モデルと異なる