楠岡近似の実現とファイナンスへの応用
(Construction of K-scheme and its application to financial models)

東京工業大学/三菱東京 UFJ 銀行 篠崎 裕司[1]

報告要旨

本講演では、楠岡近似 (K-scheme, KLNV 法) と呼ばれる確率微分方程式 (SDE) の高次弱近似のためのフレームワークを用いた新しい SDE の離散化手法について、理論的背景や数値実験結果を含め紹介する。

楠岡近似とは、Stochastic Taylor 展開に基づく SDE の高次弱近似のための離散化手法 (p 次離散化手法とは、離散化誤差が分割数 n に対して $\mathcal{O}(n^{-p})$ となる離散化手法) のフレームワークで、[1] 等で導入された。このフレームワークを利用した具体的な離散化手法として、Ninomiya–Victoir(NV) 法 [2]、Ninomiya–Ninomiya(NN) 法 [3]、$Q_{(s)}^{((7,2))}$ 法 [4] 等が知られている。よく知られた離散化手法である Euler–Maruyama(EM) 法が 1 次の離散化手法であるのに対し、NV 法・NN 法は 2 次、$Q_{(s)}^{((7,2))}$ 法は 3 次の離散化手法で、効率的な計算が可能である。

本講演では、始めに SDE の弱近似問題の概要を説明し、高次近似の利点を述べ、既存の方法と比較をしつつ楠岡近似を導入する。次に、必要な記法と理論的背景をまとめる。その上で、具体的な離散化手法を導入し、それぞれの手法の特徴（構成方法や実用上の長所・短所等）を述べる。さらに、ファイナンスでの代表的なモデルに適用した場合の数値計算結果を紹介し、理論通り離散化誤差が収束し、非常に効率的な計算が実現する（例えば、SABR モデル下での Asian option の価格付計算コストが、EM 法に比べ $Q_{(s)}^{((7,2))}$ 法で約 $\frac{1}{400}$ 等）ことを述べる。最後に、今後の課題として、数値計算結果から見える新手法の性質の数学的正当化や他の問題への適用可能性について述べる。

参考文献

1 Kusuoka(2001) : Approximation of expectation of diffusion process and mathematical finance, *Proceedings of Final Taniguchi Symposium, Nara*

2 Ninomiya-Victoir(2008) : Weak approximation of stochastic differential equations and application to derivative pricing, *Applied Mathematical Finance*

3 Ninomiya-Ninomiya(2009) : A new higher-order weak approximation scheme for stochastic differential equations and the Runge–Kutta method, *Finance and Stochastics*

4 Shinozaki(2016) : Higher order K-scheme and application to derivative pricing, *Proceedings of the 47th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications*

[1]本講演の内容は発表者個人に属し、所属する組織の公式見解を示すものではない。