KEIO/KYOTO JOINT
GLOBAL CENTER OF EXCELLENCE PROGRAM
Raising Market Quality-Integrated Design of "Market Infrastructure"

KEIO/KYOTO GLOBAL COE DISCUSSION PAPER SERIES

DP2010-014

IPO前後の需要構造の変化：株価観察不能性に着目して

池田直史*

要旨

新規株式公開（IPO）と既公開企業の株式発行（PO）の違いは、POの場合、発行価格を決定する時点で株価が観察可能であるのに対して、IPOの場合、株価が観察不可能であることである。したがって、IPOの場合、投資家は株価から情報を得ることができない。これは、株価からの情報をファンダメンタル価値の予測に利用できないため、投資家にとってリスクが大きいことを意味する。本稿では、公開前にIPO企業の株価を観察できないというリスクに着目する。この設定の下、Grundy and McNichols (1989)のモデルを応用することで、情報優位の投資家の存在を仮定せずに、過小値付け説とは異なる視点から公開後の高い初期収益率を説明する。そこでは、公開直後においてそのリスクが解消されるために、公開前後で投資家のIPO株に対する需要構造の変化が起こる。これによって、たとえ公開前において需給均衡価格に公開価格を設定したとしても、平均的に正に初期収益率が観察される。

*池田直史　慶應義塾大学大学院商学研究科後期博士課程

KEIO/KYOTO JOINT GLOBAL COE PROGRAM
Raising Market Quality-Integrated Design of "Market Infrastructure"

Graduate School of Economics and Graduate School of Business and Commerce,
Keio University
2-15-45 Mita, Minato-ku, Tokyo 108-8345, Japan

Institute of Economic Research,
Kyoto University
Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501, Japan

IPO 前後の需要構造の変化：株価観察不能性に着目して

池田直史 *

概要

新規株式公開 (IPO) と既公開企業の株式発行 (PO) の違いは、PO の場合、発行価格を決定する時点で株価が観察可能であるのに対して、IPO の場合、株価が観察不可能であることである。したがって、IPO の場合、投資家は株価から情報を得ることができない。これは、株価からの情報をファンダメンタル価値の予測に利用できないため、投資家にとってリスクが大きいことを意味する。本稿では、公開前に IPO 企業の株価を観察できないというリスクに着目する。この設定の下、Grundy and McNichols (1989) のモデルを応用することで、情報優位の投資家の存在を仮定せずに、過小値付け説とは異なる視点から公開後の高い初期収益率を説明する。そこでは、公開直後においてそのリスクが解消されるために、公開前後で投資家の IPO 株に対する需要構造の変化が起こる。これによって、たとえ公開前において需給均衡価格に公開価格を設定したとしても、平均的に正の初期収益率が観察される。

Keywords: 新規株式公開（IPO）、初期収益率、需要構造の変化、過小値付け

1 はじめに

新規株式公開 (IPO) において、公開初日の市場価格である初値が公開価格を平均的に大きく上回るという現象が世界中で観察されている。公開価格に対する初値の変化率のことを初期収益率と呼ぶが、この平均値が異常に高いのである。[*1]長い間、IPO 研究者の間では、この現象と過小値付け (underpricing) は同義であるとみなされてきた。すなわち、引受業者あるいは公開企業が何らかの理由で意図的に公開価格を低く設定しているというのである。そして、この「なんらかの理由」を明らかにしようとする試みがいろいろなされてきた。これらの試みを総称して過小値付け説と呼ぶ。その中でも、今日最も支持されているものは、ファンダメンタル価値に関する情報を持つ投資家（情報優位の投資家）とそれをもたない投資家（情報劣位の投資家）の存在を仮定し、そのことが原因で生じる問題を回避するために、引受業者あるいは公開企業が意図的に公開価格を低く設定するという仮説である。代表的な仮説として、質の劣る新規公開株 (レモン) をつかむことを恐れる情報劣位の投資家に安心して購入してもらうために、引受業者が意図的に公開価格を低く設定するという逆選択仮説 (Rock (1986)) や情報優位の投資家から私的情報を引き出すために過小値

* 慶應義塾大学大学院商学研究科後期博士課程　E-mail: i-704@minos.ocn.ne.jp

*1 初期収益率=(初値-公開価格)/公開価格。実務の世界では、初値というと公開初日の始値を指すが、欧米の IPO 研究者の間では公開初日の終値でとらえるのが一般的である。

付けを利用するという情報顕示仮説 (Benveniste and Spindt (1989)) などがある。[*2]

しかし、投資家間の情報の優劣を前提とする仮説に反する事実が示されている。金子 (2007) と Kerins, Kutsuna and Smith (2007) は、日本に 1989 年以降に導入された部分入札方式では、その制度上の特徴から、投資家の保有情報の優劣が重要にならないにもかかわらず、「過小値付け」現象（高い初期収益率）が観察されていることを指摘している。[*3]部分入札方式では、情報優位者と考えられる公開企業の関係者が入札に参加できず、また、IPO 株の割り当ても受けられないため、そもそも情報優位の投資家が存在しないと考えられ、Rock (1986) のような逆選択問題は起こりにくい (金子 (2007))。また、たとえ情報優位の投資家が参加できたとしても、IPO 株の割当株数に厳しい制限があるために、情報優位の投資家に情報収集や情報顕示のインセンティブを持たせるだけの十分な見返りを与えるメカニズムとならない (金子 (2007)、Kerins, Kutsuna and Smith (2007))。このことから、IPO における過小値付け現象を説明するためには、情報優位の投資家の存在を前提としない理論が必要であると考えられる。

そこで、本稿では、情報優位の投資家の存在を仮定せずに、従来の過小値付け説とは異なる視点から、期待初期収益率が正となることを理論的に示すことを目的とする。

金子 (2009) が指摘するように、IPO と公開企業の株式発行 (PO) との間の決定的な違いは、PO の場合、発行価格を決定する時点での当該企業の株価が観察可能であるのに対して、IPO の場合、株価が観察不可能であることである。

公開前に株価が観察できないという事実から、公開後の高い初期収益率を説明する仮説として、金子 (2009) の不正確性プレミアム仮説がある。これは、次のような仮説である。IPO の場合、株価が観察できないため、投資家の平均的意見が不正確にしかわからない。そのため、個々の投資家は、平均的意見の不正確さに対するプレミアムを要求するため、入札方式にしてもブックビルディング方式にしても、公開前の段階では、自分の意見よりも低い価格を提示する。[*4] すべての投資家が自分の意見よりも低く価格を提示し、これを基に公開価格が決定される一方で、公開初日に投資家の平均的意見を反映する形で株価が決定されるために、結果的に高い初期収益率が実現する。

本稿でも、金子 (2009) と同様、公開前に株価を観察できないことに着目する。しかし、金子 (2009) と異なり、公開前と公開後における投資家の利用可能な情報を明示的に扱う。こうすることで、公開前に株価から情報を得られないことによる影響を直接考慮することができる。IPO の場合、公開前の段階では、株価を観察することができず、そこから得られる情報を利用して、将来の株価を予測することができない。一方、公開後では、株価を観察することで情報を得ることができ、この情報を利用して、将来の株価を予測することができる。したがって、公開前の段階では、株価からの情報が利用できないために、公開後に比して将来の株価の予測が不正確となり、この意味

[*2] 過小値付け説全般のサーベイについては Ljungqvist(2007) を参照されたい。

[*3] 入札方式の制度については金子 (2007) を参照されたい。

[*4] これに関連して、入札価格が自身の評価額よりも小さくなることを示した論文として、Leoni (2007) がある。Leoni (2007) は、CARA 型の効用関数をもつ投資家を想定し、ファーストプライス・私的価値オークションとして、IPO をモデル化している。このモデルによると、確実性等価に入札価格を提示することが最適戦略になり、入札価格は、各投資家の私的な評価額よりも常に小さくなる。この過小ビットの程度は、企業価値の評価が第一種確率優位の意味でのノイズが大きいほど、高評価の投資家に直面する可能性が低くなるために大きくなる。

で投資家にとってリスクが大きいと考えられる。このリスクに着目して、Grundy and McNichols (1989) のモデルを IPO に応用して、正の期待初期収益となることを示す。

本稿のモデルの基本的な考え方は以下のようになる。公開前の段階では、各投資家は自身の持つ情報のみに基づいて IPO 株に対する需要を形成する。そして、公開直後に株価が観察可能になるならば、各投資家は株価から追加的に全投資家の集計情報を得て需要を形成する。このような想定では、公開前の段階において、投資家は、株価が観察できないことに由来するリスクに対してプレミアムを求めることになる。そして、公開直後において、そのリスクが解消されるために、公開前後で需要構造の変化が起こる。これによって、たとえ公開前において需給均衡水準に公開価格を設定していたとしても、平均的に正の初期収益率が生じることが示される。

本稿の残りの構成は以下のようになる。2 節と 3 節で Grundy and McNichols (1989) のモデルを IPO に応用することで公開後の高い初期収益率を説明する。4 節で、2 節と 3 節で展開したモデルと実証研究との関連を述べる。5 節で結論を述べる。

2 基本モデル

この節と次節では、Grundy and McNichols (1989) のモデルを IPO に応用する。Grundy and McNichols (1989) では、時点 0、時点 1、時点 2 の 3 時点をもつ 2 期間モデルを想定し、時点 0、時点 1 の両方において、危険資産の価格が観察可能でそこから情報を得られる状況を想定している。IPO では、当然のことながら、公開前に公開企業の株価を観察することができない。そこで、期間 1 を公開前、期間 2 を公開後とする 2 期間モデルを考え、Grundy and McNichols (1989) のモデルに、時点 0 において株価から情報を得ることができないという仮定を課すことで、平均的にみて正の初期収益が生じることを示す。

2.1 モデルの設定

2.1.1 資産と投資家

時点 0、時点 1、時点 2 の 3 時点をもつ 2 期間モデルを考える。このモデルでは、時点 1 が公開日である。資産は、安全資産と IPO 株の 2 種類が存在すると仮定する。時点 0、時点 1、時点 2 の IPO 株の価格をそれぞれ P_0、P_1、F とする。P_0 は公開価格、P_1 は公開日の市場価格である。F は IPO 株のファンダメンタル価値である。簡単化のため、2 期間ともに安全資産の価格は 1 とする。また、この経済には、投資家が $[0,1]$ 上に連続的に存在すると仮定する。投資家のインデックスを i で表すと、$i \in [0,1]$ である。

詳しくは後述するが、ここで各時点におけるイベントを簡単に記述しておく。時点 0 では、各投資家は公開前の段階での IPO 株に対する需要を形成し、需要スケジュールを提出する。そして、その集計需要に基づいて公開価格 P_0 が決定される。時点 1 では、投資家は公開日に成立する株価を観察して再び需要を形成する。ここでも、その集計需要に基づいて公開日の市場価格 P_1 が決定される。最後に、時点 2 で、ファンファメンタル価値 F が実現し、投資家は消費を行う。

このモデルでは、企業も引受主幹事も積極的な役割を持たない。しかし、企業については、次のように想定する。この企業は、時点 0 において、事業計画を公表し、時点 1 において、必要資金を調達して企業を設立すると仮定する。すなわち、時点 1 が公開日でもあり設立日でもある企業を想定する。

2.1.2 各投資家の取得する情報

投資家 i は、時点 0 において、

$$Y_i = F + w + e_i \tag{1}$$

というファンダメンタル価値 F に関する情報を取得すると仮定する。この情報 Y_i は、企業が提出する事業計画をみて各投資家が抱く、ファンファメンタル価値に関する意見と解釈することができる。ここで、F、w、e は確率変数であり、w は全投資家で共通のエラー、e_i は各投資家固有のエラーである。共通のエラーの存在は、投資家間のシグナルが相関すること、投資家の情報を集計しても F は明らかにならないことを意味する。

F、w、$\{e_i\}_{i\in[0,1]}$ は独立で多変量正規分布に従うと仮定する。$F \sim N(\mu_F, \sigma_F^2)$、$w \sim N(0, \sigma_w^2)$ とする。特に、e_i は独立かつ同一の分布に従い、$e_i \sim N(0, \sigma_e^2), \forall i \in [0,1]$ とする。

Rock (1986) や Benveniste and Spindt (1989) のモデルでは、ファンダメンタル価値に関する情報を持つ投資家（情報優位の投資家）とそれを持たない投資家（情報劣位の投資家）の存在を仮定している。一方、このモデルでは、各投資家が異なる情報を持つという意味で情報は非対称だが、投資家間で情報に優劣があるわけではない。全投資家が、ファンダメンタル価値に関して、平均的にみて正しい情報を等しく持っている状況を想定している。

2.1.3 投資家の効用関数と最大化問題

各投資家は時点 2 に c_i を消費し、その消費について定義される CARA 型の効用関数 (負の指数型効用関数) を持つと仮定する。投資家 i の絶対的リスク回避度を a_i で表し、$a_i \in [a_L, a_H](a_L > 0, a_H < \infty)$ とする。ここで、平均的なリスク回避度を $\bar{a} \equiv \int_{[0,1]} a_i di$ と定義する。

投資家の直面する最大化問題を後ろ向きに定義する。時点 1 に投資家の直面する最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{\{x_{i1}\}} E\left[-\exp\left[-a_i c_i\right] | \Phi_{i1}\right] \tag{2a}$$

$$s.t.$$

$$c_i = (F - P_1)x_{i1} + (P_1 - P_0)x_{i0} + W_{i0} \tag{2b}$$

ここで、x_{i0}、x_{i1} はそれぞれ時点 0、時点 1 の投資家 i の IPO 株の需要、W_{i0} は投資家 i の時点 0 での富、P_0、P_1 はそれぞれ IPO 株の公開価格、公開後の市場価格、Φ_{i1} は時点 1 に投資家 i が利用可能な情報の集合である。予算制約式を目的関数に代入し、価値関数 $V_{i1}(x_{i0})$ を以下のように定義する。

$$V_{i1}(x_{i0}) \equiv \max_{\{x_{i1}\}} E\left[-\exp\left[-a_i\{(F - P_1)x_{i1} + (P_1 - P_0)x_{i0} + W_{i0})\}\right] | \Phi_{i1}\right] \tag{3}$$

すると、時点 0 に投資家の直面する最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{\{x_{i0}\}} E\left[V_{i1}(x_{i0})|\Phi_{i0}\right] \tag{4}$$

ここで、Φ_{i0} は時点 0 に投資家 i が利用可能な情報の集合である。なお、情報集合 Φ_{i0}、Φ_{i1} の具体的な内容については後述する。

2.1.4 市場清算条件

時点 0 と時点 1 の市場需要関数 $D_t(t=0,1)$ は、

$$D_t = \int_{[0,1]} x_{it}^* di \quad (t=0,1) \tag{5}$$

である。ここで、x_{it}^* は投資家 i の最適な需要である。公開後の株式総数は 1 に基準化する。

本稿での目的は、公開価格が需給均衡水準に設定されたとしても、公開後に正の初期収益率が生じることを示すことである。そのため、次の仮定を置く。

仮定 *1*：投資家は公開前に需要スケジュールを提出する。そして、その需要スケジュールを集計した市場需要関数に基づいて、公開価格は機械的に需給均衡水準に決定される。

IPO において、この公開前の需要スケジュールの提出は、ブックビルディングやオークションに対応している。

したがって、公開前と公開後ともに市場清算条件は、

$$1 = \int_{[0,1]} x_{it}^* di \tag{6}$$

である。

2.1.5 価格に関する予測と投資家の情報集合

各投資家は、公開後の市場価格 P_1 が投資家の集計情報 $\bar{Y}$ の線形関数と予測していると仮定する。すなわち、各投資家は、

$$P_1 = \beta_0 + \beta_1 \bar{Y} \tag{7}$$

という予測をもつ。ここで、$\bar{Y} \equiv \int_{[0,1]} Y_i di = F + w$ である。

公開価格 P_0 は、各投資家の需要スケジュールを集計した市場需要関数に基づいて、需給均衡水準に決定される（仮定 1）。この需給均衡価格は、需要スケジュールを提出した直後に機械的に決定され、公開価格 P_0 が時点 0 の投資家の需要スケジュールの決定に影響することはない。すなわち、需要スケジュールを提出する段階（時点 0）では、各投資家の情報集合は、Y_i のみで P_0 は含まれないと考えるのが自然である。このため、次の仮定を置く。

仮定 *2*：公開前の段階（時点 0）では、各投資家が受けとった情報 Y_i のみに基づいて需要を形成する。言い換えれば、$\Phi_{i0} = \{Y_i\}$ である。

一方、時点 1 の流通市場では、株価 P_1 を観察することができる。これによって、投資家は価格から情報を得ることができる。公開後には、公開価格を観察することができるが、公開価格は市場価格が得られれば、条件付き期待値の意味で余分（redundant）の情報と仮定する。

仮定 *3* : 公開後に市場価格が観察されれば、公開価格は条件付き期待値の意味で余分（redundant）の情報である。すなわち、$E[F|Y_i, P_0, P_1] = E[F|Y_i, P_1]$ である。

時点 1 における各投資家の情報集合は $\Phi_{i1} = \{Y_i, P_0, P_1\}$ である。しかし、この仮定から、公開価格 P_0 は、投資家の需要にフィードバックされることはない。

これらをまとめると、モデルのタイムラインは図 1 のようになる。

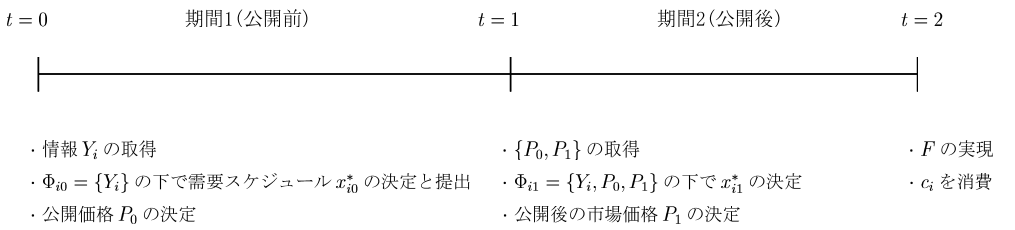

図 1　モデルのタイムライン

注 : 公開価格 P_0 は公開前の市場需要関数に基づいて需給均衡水準に決定されると仮定する。また、P_0 は公開後に市場価格が観察されれば、条件付き期待値の意味で余分（redundant）の情報と仮定する。

以上の設定のもと、次節では、均衡価格、及び期待初期収益の特徴を記述する。

2.2　均衡価格と期待初期収益

前節の設定のもと、均衡における公開価格 P_0、公開後の市場価格 P_1、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ は次の定理で与えられる。

定理 *1* : (7) 式を満たす均衡価格 P_1 が存在する。均衡での公開価格 P_0 と市場価格 P_1 はそれぞれ、

$$P_0 = \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2}\mu_F + \frac{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2}\bar{Y}\right) + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\mu_F$$
$$- \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} - \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\right)^2 \frac{(\sigma_F^2 + \sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2} \tag{8}$$

$$P_1 = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} + \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\bar{Y} \tag{9}$$

である。このとき、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ は次で与えられる。

$$E[P_1 - P_0] = \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\right)^2 \frac{(\sigma_F^2 + \sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2} > 0 \tag{10}$$

すなわち、期待初期収益は正である。

Proof. 補論 1 を参照。 □

すなわち、たとえ公開価格を公開前の需要に基づいて、需給均衡価格に設定したとしても、平均的にみて正の初期収益が観察されることになる。ここで示したモデルでは、投資家で情報がばらついているが、Rock (1986) のように情報優位の投資家の存在を仮定しているわけではない。よって、投資家の保有情報に優劣が存在しなくても正の初期収益が生じていることになる。

期待初期収益は、平均的な危険回避度、F の予測に対する $\bar{Y}$ の情報量の程度、及び、$\bar{Y}$ に対する Y_i の予測誤差の積で構成されている。期待初期収益は、平均的危険回度 $\bar{a}$ が増加するほど、F の予測に $\bar{Y}$ の情報が有益なほど、また、$\bar{Y}$ に対する Y_i の予測誤差が大きくなるほど増加する。後者の 2 つの効果は、価格から情報が得られないことに由来するリスクが大きいほど、期待初期収益が高くなることを意味する。

また、D_0-P_0 平面上での公開前の需要曲線は、

$$\begin{aligned} P_0 = & \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\mu_F + \frac{\sigma_F^2+\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\bar{Y}\right) + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2} \\ & - \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2 \frac{(\sigma_F^2+\sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2} D_0 \end{aligned} \tag{11}$$

で与えられる。この式から、期待初期収益は、D_0-P_0 平面上での公開前の需要曲線の傾きの絶対値そのものであることがわかる。すなわち、公開前の需要曲線の傾きが急なほど、言い換えれば、需要曲線が非弾力的なほど、大きな初期収益が生じることがわかる。

2.3 数値例

以下では、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ を数値例によって示す。パラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 250$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\bar{a} = 0.005$ とする。このとき、$E[P_0] = 910.71$、$E[P_1] = 987.98$、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ は 77.27 である。また、$E[P_1]/E[P_0] - 1 = 0.085$ である。

図 1 は、需要構造の変化を視覚的に表したものである。このことから、公開前後の需要構造の変化が正の初期収益率をもたらしていることがわかる。公開前後の需要構造の変化は、公開後に集計情報 $\bar{Y}$ を得ることによってファンダメンタル価値 F の予想がより正確になり、投資家の直面するリスクが小さくなることで生じる。

2.4 比較静学

この節では、σ_F^2、σ_w^2、σ_e^2、$\bar{a}$ の変化が、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ に与える影響を分析する。

σ_F^2 の変化が期待初期収益に与える影響は次のようになる。

$$\frac{\partial E[P_1 - P_0]}{\partial \sigma_F^2} = \bar{a}\frac{2\sigma_F^2\sigma_w^2\sigma_e^2(\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2) + \sigma_F^4\sigma_w^4}{(\sigma_F^2+\sigma_w^2)^2(\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2)^2} > 0 \tag{12}$$

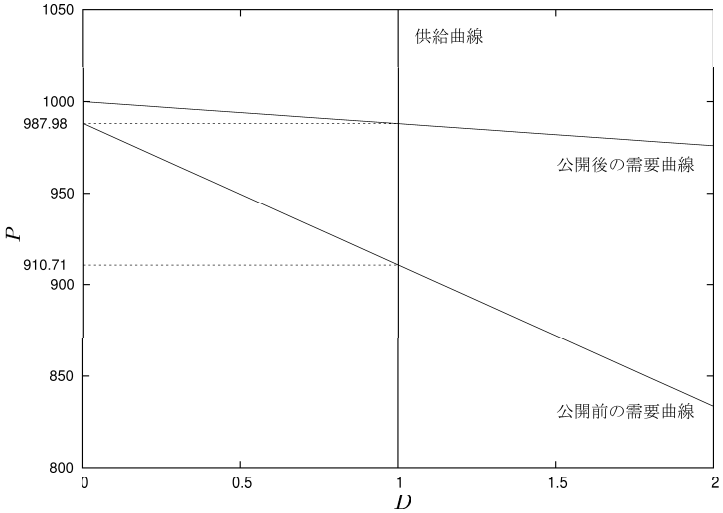

図 2　公開前後の需要構造の変化

公開前の需要曲線は $E[D_1(P_0)]$、公開後の需要曲線は $E[D_2(P_1)]$ である。パラメーターは $\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 250$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\bar{a} = 0.005$ としている。このとき、$E[P_0] = 910.71$、$E[P_1] = 987.98$、期待初期収益は $E[P_1 - P_0] = 77.27$ である。また、$E[P_1]/E[P_0] - 1 = 0.085$ である。

σ_F^2 はファンダメンタル価値の不確実性を表していると解釈できる。したがって、ファンダメンタル価値の不確実性が増加すると、期待初期収益が増加するといえる。これは、σ_F^2 が大きくなると、$\bar{Y}$ がもつ情報の価値が大きくなる一方で、自分の情報 Y_i から $\bar{Y}$ の予測することが難しくなることに起因する。よって、ファンダメンタル価値の不確実性が大きくなると、価格から情報が得られないことに由来するリスクは大きくなるため、投資家の要求するプレミアムは大きくなる。

σ_w^2 の変化が期待初期収益に与える影響は次のようになる。

$$\frac{\partial E[P_1 - P_0]}{\partial \sigma_w^2} = -\bar{a}\frac{\sigma_F^4 \sigma_e^2 (2(\sigma_F^2 + \sigma_w^2) + \sigma_e^2))}{(\sigma_F^2 + \sigma_w^2)^2 (\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2)^2} < 0 \tag{13}$$

全投資家共通のノイズの分散 σ_w^2 が大きくなると、σ_F^2 と同様、自分の情報 Y_i から $\bar{Y}$ の予測することが難しくなる。この効果自体は、プレミアムを大きくする方向へ働く。しかし、この効果と同時に、$\bar{Y}$ がもつ情報の価値そのものが小さくなる。したがって、たとえ $\bar{Y}$ の予測することが難しくなったとしても、$\bar{Y}$ がもつ情報の価値そのものが小さくなるために、総じていえば、価格から情報が得れらないことに由来するリスクは小さくなる。よって、全投資家共通のノイズの分散が大きくなると、投資家の要求するプレミアムは小さくなる。

σ_e^2 の変化が期待初期収益に与える影響は次のようになる。

$$\frac{\partial E[P_1 - P_0]}{\partial \sigma_e^2} = \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2 + \sigma_e^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2}\right)^2 > 0 \tag{14}$$

各投資家固有のノイズの分散 σ_e^2 が大きくなると、Y_i で $\bar{Y}$ を予測することが難しくなる。$\bar{Y}$ の情報の価値には影響を与えない。そのため、価格から情報が得れらないことに由来するリスクは大きくなる。したがって、各投資家固有のノイズの分散が大きくなるとプレミアムは大きくなる。

また、平均的なリスク回避度 $\bar{a}$ が大きいと、期待初期収益は高くなる。リスク回避度が高いほど投資家の要求するプレミアムが高くなることは、標準的な結果と言えよう。

2.5 PO との比較

ここでは、PO の場合を考える。PO では、各投資家は、時点 0 での株価を観察することができ、そこから情報を得ることができる。前節の設定と同様、各投資家は、時点 0 と時点 1 の株価 P_0、P_1 が、投資家の集計情報 $\bar{Y}$ の線形関数と予測していると仮定する。すなわち、各投資家は、

$$P_0 = \alpha_0 + \alpha_1 \bar{Y} \tag{15}$$
$$P_1 = \beta_0 + \beta_1 \bar{Y} \tag{16}$$

という予測を持つと仮定する。このとき、時点 0 に投資家が直面する最適化問題は、

$$\max_{x_{i0}} E[V_{i2}(x_{i0})|\bar{Y}] = -\exp\left[-a_i(P_1 - P_0)x_{i0} - \frac{1}{2}\frac{(E[F|\bar{Y}] - P_1)^2}{Var[F|\bar{Y}]} - a_i W_{i0}\right] \tag{17}$$

である。目的関数を x_{i0} について微分すると、

$$\frac{\partial E[V_{i2}(x_{i0})|\bar{Y}]}{\partial x_{i0}} = a_i(P_1 - P_0)\exp\left[-a_i(P_1 - P_0)x_{i0} - \frac{1}{2}\frac{(E[F|\bar{Y}] - P_1)^2}{Var[F|\bar{Y}]} - a_i W_{i0}\right] \tag{18}$$

である。よって、$P_0 < P_1$ のとき、$x^*_{i0} = \infty$、$P_0 > P_1$ のとき、$x^*_{i0} = -\infty$ となるが、これは、均衡とはなり得ない。したがって、$P_0 = P_1$（$\alpha_0 = \beta_0$、$\alpha_1 = \beta_1$）である。このときの（期待）収益はゼロである。すなわち、価格から情報を得られないリスクがないために、収益は発生しない。

2.6 モデルの検討

ここで提示したモデルでは、投資家は公開後に市場価格を観察することで、集計情報を得ることができる。このような状況では、Grossman-paradox に直面することになる。すなわち、投資家が市場価格を観察することで、集計情報 $\bar{Y}$ を得られるならば、自身の情報 Y_i に基づいて取引を行わなくなる。すると、今度は均衡価格に情報が反映されなってしまい、均衡価格を観察しても集計情報を知ることができなくなる。

この Grossman-paradox を回避するために、次節では、集計需要にノイズを加える。こうすることで、均衡価格にノイズが含まれるようになり、たとえ価格を観察したとしても、投資家は集計情報を完全に知ることができなくなる。そのため、各投資家は公開後においても、自身の情報に基づいて取引を行うようになる。

3　拡張モデル：価格にノイズを含む場合

3.1　設定

この節では、市場需要関数にノイズが存在すると仮定する。すなわち、公開前と公開後の市場需要関数 $D_t(t=0,1)$ は、

$$D_t = \int_{[0,1]} x_{it}^* di + X_t \quad (t=0,1) \tag{19}$$

とする。ここで、X_t は、独立かつ同一の分布に従い、$X_t \sim N(0,\sigma_X^2)$ とする。また、F、w、$\{e_i\}_{i\in[0,1]}$ とは独立であるとする。[*5][*6]

また、均衡価格 P_1 は、投資家の集計情報 $\bar{Y}$ と需要のショック X_1 の線形関数であると予測する。すなわち、

$$P_1 = \beta_0 + \beta_1 \bar{Y} + \beta_2 X_1 \tag{20}$$

とする。この設定では、価格がノイズを含むために、たとえ価格が観察可能であったとしても、集計情報 $\bar{Y}$ が完全には明らかにならない。そのため、各投資家の情報 Y_i が取引に利用される。その他の仮定は、基本モデルと同様である。

3.2　均衡価格

以上の設定のもと、均衡は次の定理で記述される。

定理 *2*：(20) 式の均衡価格 P_1 の係数 β_0、β_1、β_2 は、次の連立方程式の解で与えられる。

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_e^2 + \sigma_X^2}{\bar{\gamma}\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}} \tag{21a}$$

$$\frac{1}{\beta_2} = \frac{(\beta_1/\beta_2)^2(\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_e^2 + (\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2}{\bar{\gamma}\sigma_F^2\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}} \tag{21b}$$

$$\frac{\beta_0}{\beta_2} = \frac{(\mu-\bar{\gamma}\sigma_F^2)\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}}{\bar{\gamma}\sigma_F^2\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}} \tag{21c}$$

---

*5 一般的には総供給にノイズの存在を仮定する。しかし、本稿のように総需要にノイズを加えたとしても導かれる結果に本質的に変化はない。

*6 このノイズは、ノイズを含んだ合理的期待均衡を扱った研究では、ノイズレーダーの需要と解釈されることが多い。

また、公開価格 P_0 は、

$$
\begin{aligned}
P_0 =& \left\{ \frac{1}{Var[P_1|Y_i]} + \frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]} \right\}^{-1} \left\{ \frac{l_0}{Var[P_1|Y_i]} - \frac{k_0(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]} - \bar{a} \right\} \\
&+ \left\{ \frac{1}{Var[P_1|Y_i]} + \frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]} \right\}^{-1} \left\{ \frac{l_1}{Var[P_1|Y_i]} - \frac{k_1(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]} \right\} \bar{Y} \\
&+ \left\{ \frac{1}{Var[P_1|Y_i]} + \frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]} \right\}^{-1} \bar{a} X_0 \qquad (22)
\end{aligned}
$$

である。$Var[P_1|Y_i]$、$Var[F|Y_i,P_1]$、k_0、k_1、k_2、l_0、l_1 の具体的な表現に関しては補論 2 を参照。

Proof. 補論 2 を参照。 □

次節では、2.3 と同様に、この均衡から計算される公開価格、公開後の市場価格、期待初期収益を例示する。

3.3 数値例

以下では、期待初期収益 $E[P_1 - P_0]$ を数値例によって示す。ただし、基本モデルと異なり、均衡での公開価格、市場価格、期待初期収益をを解析的に解くことができないため、数値的に解いて求めている。パラメーターは次のように設定する。ノイズ X_t の標準偏差を $\sigma_X = 0.1$ とする。その他のパラメーターは、2.3 節と同様の値に設定する。すなわち、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 250$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\bar{a} = 0.005$ とする。このとき、$E[P_0] = 910.72$、$E[P_1] = 987.97$、期待初期収益は $E[P_1 - P_0] = 77.25$ である。2.3 節の結果と比較すると、たとえ均衡価格にノイズを含んだとしても、期待初期収益に大きな差は生まれないことがわかる。なお、$\sigma_X = 0.0$ とした場合は、2.3 節の結果と一致する。

3.4 シミュレーション

価格にノイズを含む場合、均衡での公開価格、市場価格、期待初期収益を解析的に導出することはできない。そのため、パラメーターの変化が期待初期収益にどのような影響を与えるのか、シミュレーションによって分析する。

表 3 から表 7 は、シミュレーションの結果を示している。なお、パラメーターは、変化させる対象を除き、3.3 節と同様の値に設定している。

表 6 は σ_X に関するシミュレーションの結果である。これをみると、σ_X が増加すると、期待初期収益が減少している。集計需要のノイズ σ_X が増加すると、市場価格 P_1 が情報の価値が減少し、それに伴い、公開前後で投資家の持つ情報の差異が小さくなると考えられる。その結果、公開前と公開後の需要構造が似たものとなり、市場清算条件で決定される P_0 と P_1 に差がなくなるために期待初期収益が減少すると考えられる。

その他のシミュレーションの結果は、2.4 節の比較静学の結果と符合し、同様な解釈を与えることができる。この意味でも、モデルから得られた帰結は頑健であるといえよう。

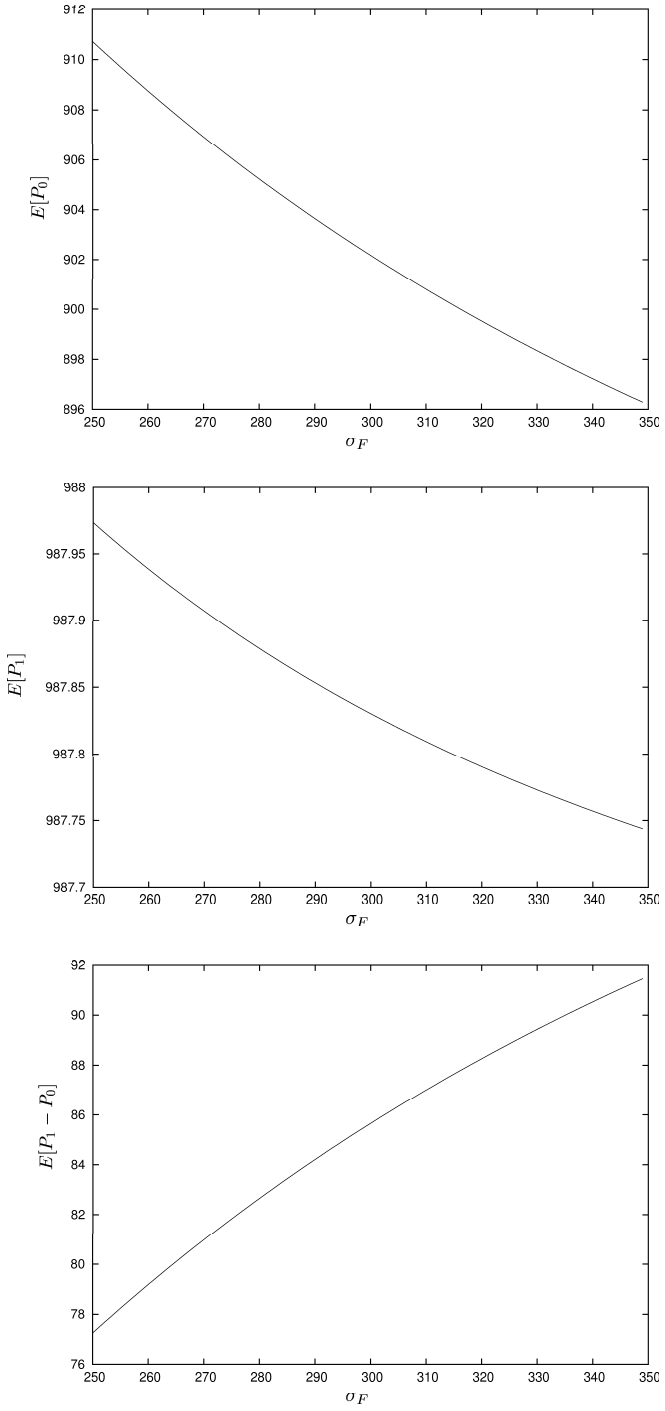

図 3　σ_F に関するシミュレーション結果

σ_F を 1 ずつ増加させたときの $E[P_0]$、$E[P_1]$、$E[P_1 - P_0]$ の変化を示している。σ_F 以外のパラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\sigma_X = 0.1$、$\bar{a} = 0.005$ である。

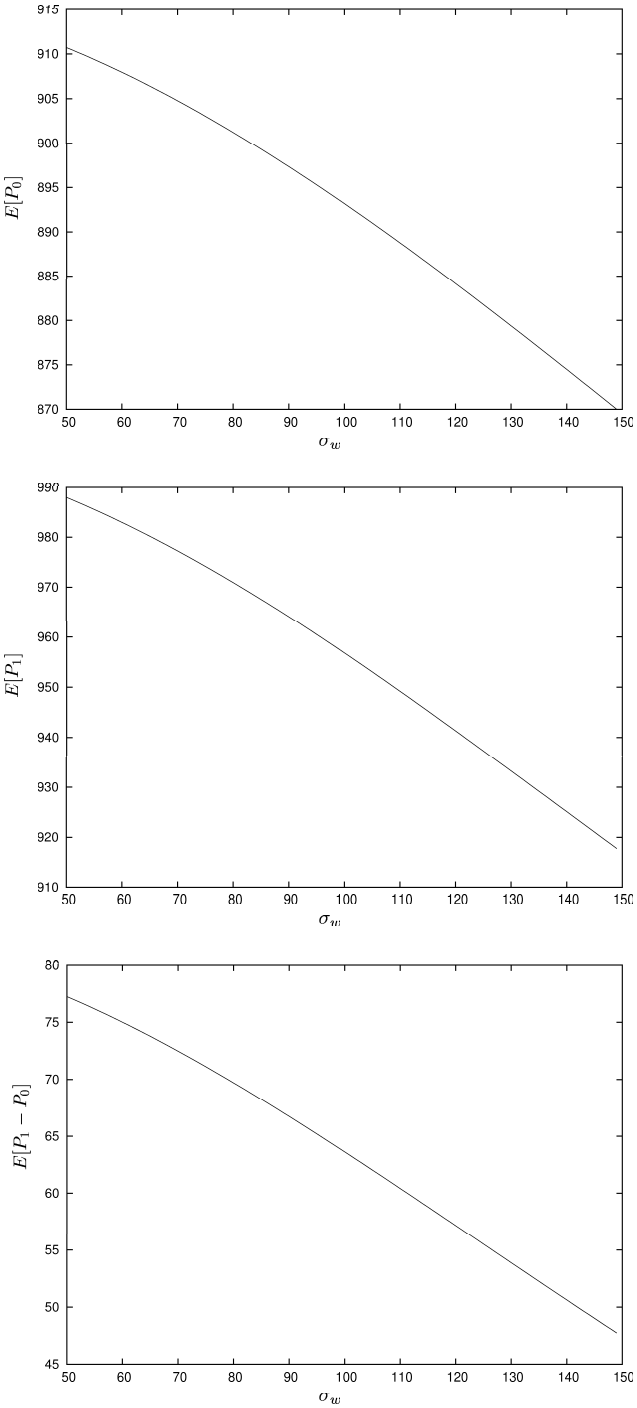

図 4　σ_w に関するシミュレーション結果

σ_w を 1 ずつ増加させたときの $E[P_0]$、$E[P_1]$、$E[P_1 - P_0]$ の変化を示している。σ_w 以外のパラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 1000$、$\sigma_e = 150$、$\sigma_X = 0.1$、$\bar{a} = 0.005$ である。

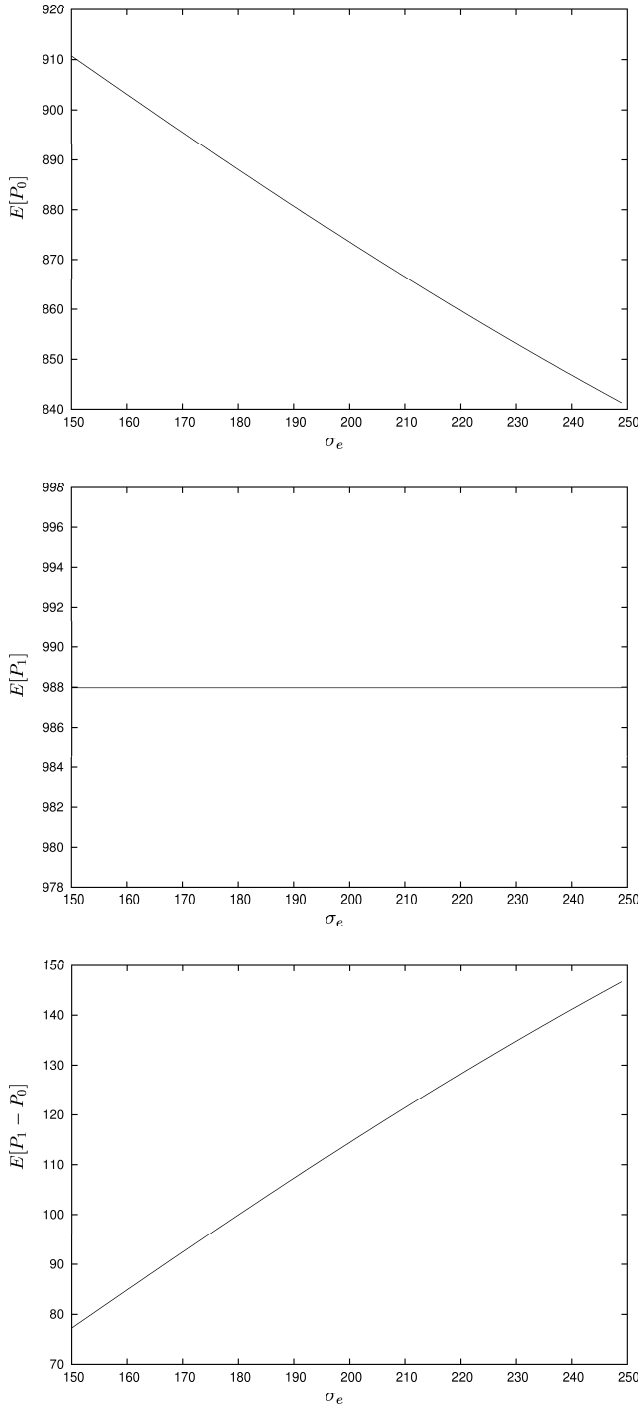

図 5　σ_e に関するシミュレーション結果

σ_e を 1 ずつ増加させたときの $E[P_0]$、$E[P_1]$、$E[P_1 - P_0]$ の変化を示している。σ_e 以外のパラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 1000$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_X = 0.1$、$\bar{a} = 0.005$ である。

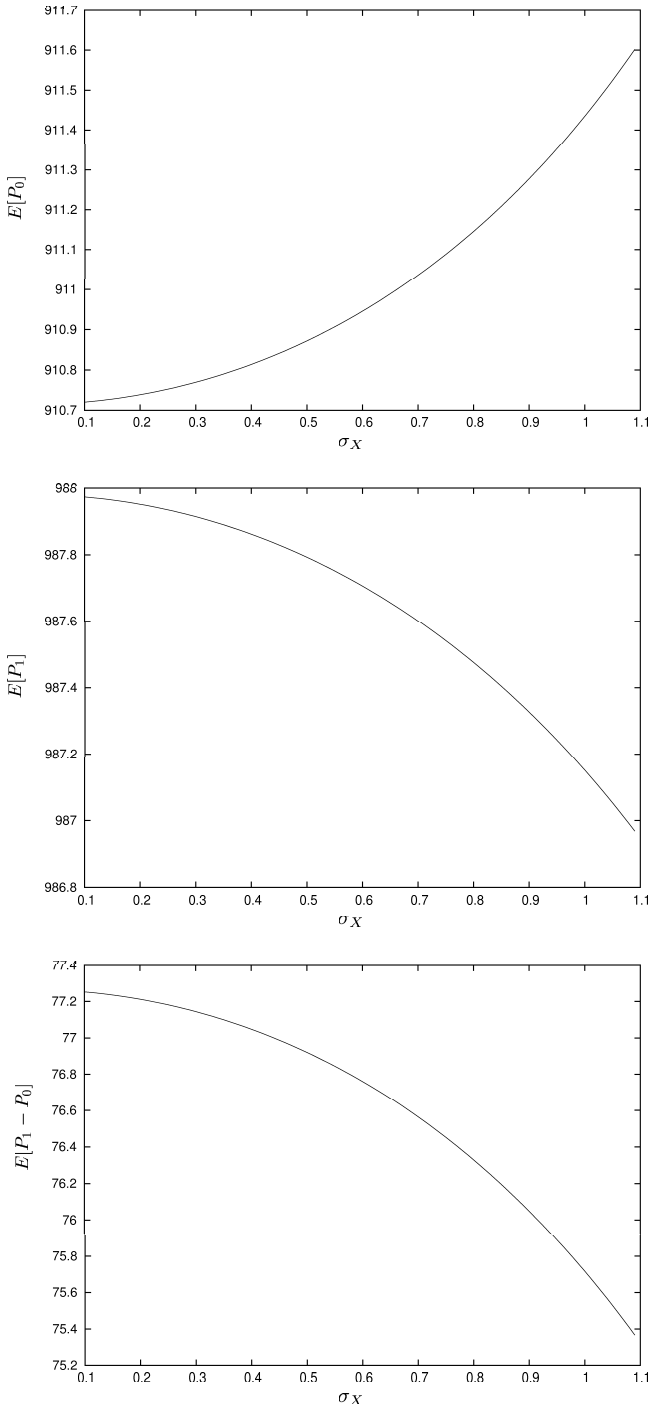

図 6　σ_X に関するシミュレーション結果

σ_X を 0.1 ずつ増加させたときの $E[P_0]$、$E[P_1]$、$E[P_1 - P_0]$ の変化を示している。σ_X 以外のパラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 1000$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\bar{a} = 0.005$ である。

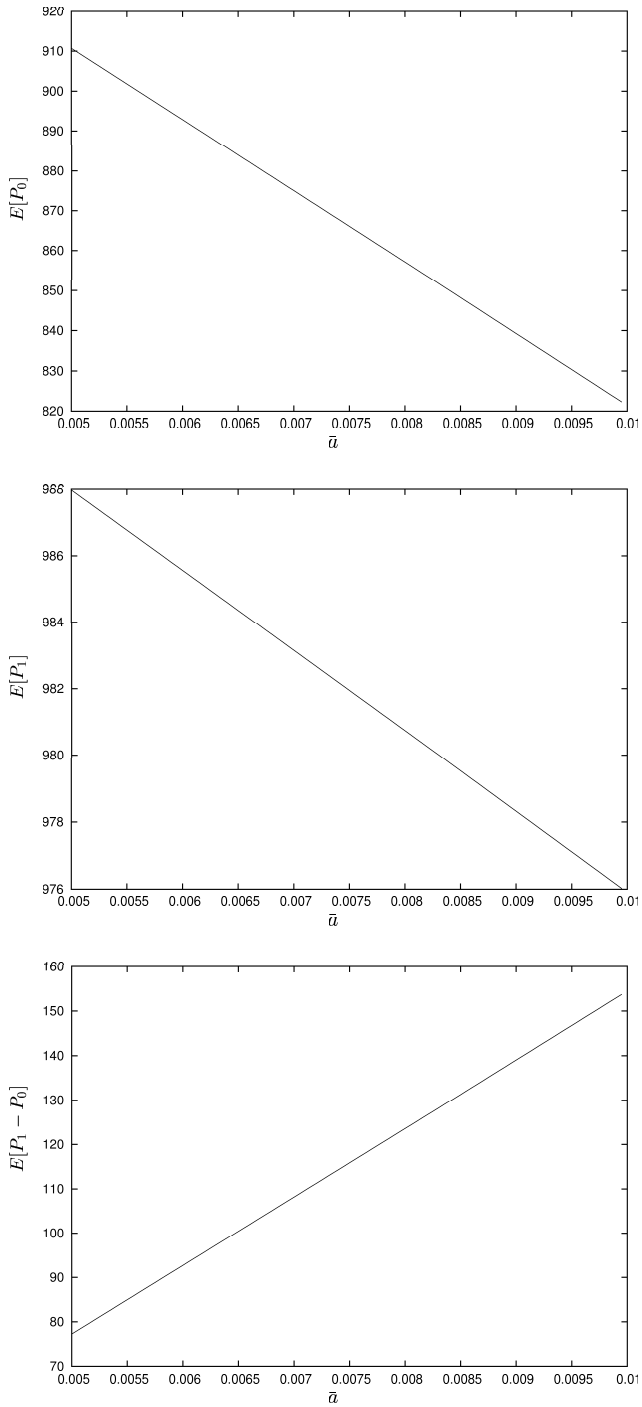

図 7　$\bar{a}$ に関するシミュレーション結果

$\bar{a}$ を 0.00005 ずつ増加させたときの $E[P_0]$、$E[P_1]$、$E[P_1 - P_0]$ の変化を示している。σ_e 以外のパラメーターは、$\mu_F = 1000$、$\sigma_F = 1000$、$\sigma_w = 50$、$\sigma_e = 150$、$\sigma_X = 0.1$ である。

4　実証研究との関連

4.1　事前不確実性と初期収益率

Beatty and Ritter (1986) は、Rock (1986) のモデルを使用して事前不確実性が大きいほど、投資家間の情報格差の程度が大きくなり、高い初期収益が生じることを示している。実証研究では、この事前不確実性の代理指標として公開時における社齢や規模が使用され、若くて規模が小さい企業ほど事前不確実性が大きいと解釈されている。そして、これらの変数は初期収益率に対して、有意に負の影響を与えていることが示されている。

Betty and Ritter (1986) では、ファンダメンタル価値の不確実性を事前不確実性と称している。したがって、本稿のモデルでは、σ_F がそれに対応し、前節で示した比較静学とシミュレーションの結果から、σ_F が大きいならば、高い初期収益率が生じると考えられる。ここで提示したモデルでは、公開前の情報が投資家間でばらついているだけで、投資家間で保有する情報に優劣は存在しない。このことから、たとえ情報優位の投資家が存在していないとしても、事前不確実性が大きいならば、高い初期収益率が生じると考えれれる。また、事前不確実性の代理変数が、初期収益率に対して負の影響を与えていることを示した実証結果は、本稿のモデルとも整合的な結果と言えよう。

4.2　需要の価格弾力性と初期収益率

2 節のモデルでは、公開前の需要曲線の傾きそのものが、期待初期収益である。すなわち、需要関数が非弾力的なほど、期待初期収益は大きくなる。このことと整合的な実証結果を示したものとして、金子 (2006, 2010) と池田 (2008) がある。これらの研究では、日本における入札方式の IPO を対象にして、公開前に行われる入札結果を基に、需要曲線を推計している。そして、公開前の需要関数の弾力性が初期収益率に与える影響を計測している。金子 (2006) では、投資家が提示する入札の分布を 2 次関数と仮定して、池田 (2008) と金子 (2010) では、投資家が提示する入札の分布を正規分布と仮定して、公開前の需要曲線を推計している。どちらの場合も、需要が非弾力的なほど、初期収益率が大きいことを示している。

5　おわりに

本稿では、IPO 株の市場価格を観察できない状況では、たとえ公開前において公開価格を需給均衡水準に決定したとしても、投資家が価格から情報を得られないことに由来するリスクに対してプレミアムを求めるために、正の期待収益となることを示した。すなわち、入札やブックビルディングによって公開前における投資家の需要に関する情報を正確に引き出し、それに基づいて需給均衡水準に公開価格を設定したとしても、平均的にみて正の初期収益率が観察されることになる。

最後に、本稿で展開したモデルを用いて、公開後の高い初期収益率を説明することの問題点、限界をいくつか挙げる。

第一に、公開前に IPO 株に対する投資家の需要構造を正確に把握できると仮定している点である。たとえ公開前に入札やブックビルディングを行ったとしても、完全に投資家の需要を把握することは困難であるかもしれない。また、入札方式かブックビルディング方式かによって、投資家の行動が変化するかもしれない。本稿のモデルでは、投資家を価格受容者として扱っていており、投資家の戦略的行動を考慮していない。

第二に、公開価格が需給均衡価格に設定されると仮定している点である。一般に、公開価格は引受主幹事、あるいは公開企業が決定する。実際には、これらの主体は、公開価格を意図的に低く設定するインセンティブを持つ可能性がある。たとえば、引受主幹事は IPO 株の売れ残りリスクや販売努力を小さくするために、公開価格を過小値付けするかもしれない (Baron (1982))。また、引受主幹事は、将来、売買関係業務から得る手数料収入を増加させるために、意図的に公開価格を過小値付けすることで投資家を惹きつけようとするかもしれない (Loughran and Ritter (2002))。また、もし投資家間で保有情報に優劣が存在する場合は、それに由来する問題を避けるために、意図的に公開価格を低く設定するかもしれない (Rock (1986)、Benveniste and Spindt (1989))。[*7]

第三に、空売りに制約がないと仮定している点である。現実には IPO 株は空売りに制約がある。本稿で展開したモデルでは、現実を記述する上で適切でないかもしれない。

このように本稿のモデルだけで、公開初日に観察される高い初期収益率のすべてを説明することはできないだろう。しかし、IPO と PO との間の決定的な違いは、株式の発行時に株価が存在するか否かである。本稿で提示したモデルによって、公開前に株価が観察できないというリスクが、公開後に高い初期収益率をもたらしている可能性を主張することはできよう。

補論 1

後ろ向きに考える。公開後の均衡価格が (7) で与えられ、そこから $\bar{Y}$ が明らかになるならば、投資家 i の時点 1 の需要関数 x_{i1}^* は、

$$x_{i1}^* = \frac{E[\tilde{F}|\bar{Y}] - P_1}{a_i Var[\tilde{F}|\bar{Y}]} \tag{23}$$

となる。ここで、

$$E[\tilde{F}|\bar{Y}] = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\mu_F + \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\bar{Y} \tag{24}$$

$$Var[\tilde{F}|\bar{Y}] = \frac{\sigma_F^2 \sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} \tag{25}$$

[*7] しかしながら、本稿のモデルは、これらの可能性と排他的な関係にない。もし需給均衡価格より低く公開価格が設定されるならば、より大きな初期収益が観察されるようになるだけであろう。

である。市場清算条件より

$$
\begin{aligned}
& 1 = \int_{[0,1]} x_{i1}^* di \\
\Leftrightarrow \quad & 1 = \frac{E[F|\bar{Y}] - P_1}{\bar{a} Var[F|\bar{Y}]} \\
\Leftrightarrow \quad & P_1 = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} + \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\bar{Y}
\end{aligned} \tag{26}
$$

である。これと (7) 式の係数を比較して次を得る。

$$
\beta_0 = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} \tag{27}
$$

$$
\beta_1 = \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} \tag{28}
$$

したがって、(7) 式を満たす均衡は存在する。[*8] P_1 の期待値をとると、

$$
E[P_1] = \mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2} \tag{29}
$$

である。

次に、x_{i1}^* を所与として、時点 0 に投資家が直面する問題を考える。

$$
\max_{\{x_{i0}\}} E\left[V_{i1}(x_{i0})|\Phi_{i0}\right] \tag{30}
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
V_{i1}(x_{i0}) =& E\left[-\exp\left[-a_i\left\{W_{i0} + (F - P_1)x_{i1}^* + (P_1 - P_0)x_{i0}\right\}\right]|\Phi_{i1}\right] \\
=& -\exp\left[\bar{a}P_1 - a_i(P_1 - P_0)x_{i0} - a_iW_{i0}\right] E\left[\exp\left[-\bar{a}F\right]|\Phi_{i1}\right] \\
=& -\exp\left[\bar{a}P_1 - a_i(P_1 - P_0)x_{i0} - a_iW_{i0} - \bar{a}E[F|\bar{Y}] + \frac{1}{2}\bar{a}^2 Var[F|\bar{Y}]\right] \\
=& -\exp\left[-\frac{1}{2}\bar{a}^2 - a_i\left\{E[F|\bar{Y}] - \bar{a}Var[F|\bar{Y}] - P_0\right\}x_{i0} - a_1W_{i0}\right]
\end{aligned} \tag{31}
$$

[*8] ここでの結果は Grossman (1976) のモデルと同じものである。

であから、これを (30) 式に代入すると、目的関数は、

$$
\begin{aligned}
&E\left[-\exp\left[-\frac{1}{2}\bar{a}^2 - a_i\left\{E[F|\bar{Y}] - \bar{a}Var[F|\bar{Y}] - P_0\right\}x_{i0} - a_1 W_{i0}\right]\middle| Y_i\right] \\
=&-\exp\left[-\frac{1}{2}\bar{a}^2 - a_i\left\{\frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}Var[F|\bar{Y}] - P_0\right\}x_{i0} - a_1 W_{i0}\right] \\
&\cdot E\left[\exp\left[-a_i\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}x_{i0}\bar{Y}\right]\middle| Y_i\right] \\
=&-\exp\left[\frac{1}{2}a_i^2\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w}\right)^2 Var[\bar{Y}|Y_i]x_{i0}^2\right. \\
&\quad - a_i\left\{\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}E[\bar{Y}|Y_i] + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\mu_F - \bar{a}Var[F|\bar{Y}] - P_0\right\}x_{i0} \\
&\quad \left. - \frac{1}{2}\bar{a}^2 Var[F|\bar{Y}] - a_i W_{i0}\right]
\end{aligned}
\tag{32}
$$

となる。(32) 式を x_{i0} に関して微分してゼロとおき、x_{i0} について解けば最適解が得られる。投資家 i の 1 期目の需要関数 x_{i0}^* は、

$$
\begin{aligned}
x_{i1}^* =& \frac{E[\bar{Y}|Y_i]}{a_i\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)Var[\bar{Y}|Y_i]} + \frac{\frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}}{a_i\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2 Var[\bar{Y}|Y_i]} \\
&- \frac{\bar{a}Var[F|\bar{Y}]}{a_i\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2 Var[\bar{Y}|Y_i]} - \frac{P_0}{a_i\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2 Var[\bar{Y}|Y_i]}
\end{aligned}
\tag{33}
$$

となる。ここで、

$$
E[\bar{Y}|Y_i] = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\mu_F + \frac{\sigma_F^2+\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}Y_i \tag{34}
$$

$$
Var[\bar{Y}|Y_i] = \frac{(\sigma_F^2+\sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2} \tag{35}
$$

である。市場清算条件より、

$$
\begin{aligned}
1 =& \int_{[0,1]} x_{i0}^* di \\
\Leftrightarrow P_0 =& \frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\mu_F + \frac{\sigma_F^2+\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\bar{Y}\right) + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\mu_F \\
&- \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2} - \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2\frac{(\sigma_F^2+\sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}
\end{aligned}
\tag{36}
$$

となる。P_0 の期待値をとると、

$$
E[P_0] = \mu_F - \bar{a}\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2} - \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2}\right)^2\frac{(\sigma_F^2+\sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2} \tag{37}
$$

となる。(29) 式、(37) 式より、

$$E[P_1 - P_0] = \bar{a}\left(\frac{\sigma_F^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2}\right)^2 \frac{(\sigma_F^2 + \sigma_w^2)\sigma_e^2}{\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2} > 0 \tag{38}$$

であり、初期期待収益は正となる。

補論 2

(20) 式を変形すると、

$$X = -\frac{\beta_0}{\beta_2} - \frac{\beta_1}{\beta_2}\bar{Y} + \frac{1}{\beta_2}P_1 \tag{39}$$

である。一方、市場清算条件より、

$$\begin{aligned}
1 &= \int_{[0,1]} x_{i1}^* di + X_1 \\
\Leftrightarrow \quad X_1 &= \frac{(\mu - \bar{\gamma}\sigma_F^2)\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}}{\bar{\gamma}\sigma_F^2\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}} \\
&\quad - \frac{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_e^2 + \sigma_X^2}{\bar{\gamma}\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}}\bar{Y} \\
&\quad + \frac{(\beta_1/\beta_2)^2(\sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_e^2 + (\sigma_F^2 + \sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_X^2}{\bar{\gamma}\sigma_F^2\left\{(\beta_1/\beta_2)^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + (\beta_1/\beta_2)\sigma_e^2 + (\sigma_w^2 + \sigma_e^2)\sigma_X^2\right\}}P_1
\end{aligned} \tag{40}$$

である。係数を比較すると、β_0、β_1、β_2 に関する連立方程式が得られる。均衡価格 P_1 の係数は、この連立方程式の解である。

次に公開価格 P_0 を導出する。

$$\begin{aligned}
V_{i1}(x_{i0}) &= E\left[-\exp\left[-a_i\left\{W_{i0} + (F - P_1)x_{i1}^* + (P_1 - P_0)x_{i0}\right\}\right]|\Phi_{i2}\right] \\
&= -\exp\left[-a_i(P_1 - P_0)x_{i0} - \frac{1}{2}\frac{(E[F|\Phi_{i2}] - P_1)^2}{Var[F|\Phi_{i1}]} - a_i W_{i0}\right]
\end{aligned} \tag{41}$$

である。ここで、

$$E[F|Y_i, P_1] = k_0 + k_1 Y_i + k_2 P_1 \tag{42}$$

と置くと、

$$
\begin{aligned}
&E[V_{i2}|Y_i] \\
=&-\exp\left[a_iP_0x_{i0}-\frac{1}{2}\frac{(k_0+k_1Y_i)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}-a_iW_{i0}\right] \\
&E\left[\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}P_1^2-\left\{a_ix_{i0}+\frac{(k_0+k_1Y_i)(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}P_1\right]\right] \\
=&-\left(1+\frac{(k_2-1)^2Var[P_1|Y_i]}{Var[F|Y_i,P_1]}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&\exp\left[-a_ix_{i0}-\frac{1}{2}\frac{(k_0+k_1Y_i)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}-\frac{(E[P_1|Y_1])^2}{Var[P_1|Y_i]}-a_iW_{i0}\right. \\
&\left.\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{Var[P_1|Y_i]}+\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}^{-1}\left\{\frac{E[P_1|Y_i]}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{(k_0+k_1Y_i)(k_2-1)}{Var[F|P_1,Y_i]}-a_ix_{i0}\right\}^2\right]
\end{aligned}
\tag{43}
$$

となる。ここで、

$$
E[P_1|Y_i]=l_0+l_1Y_i \tag{44}
$$

と置けば、一階の条件より、

$$
\begin{aligned}
x_{i0}^*=&\frac{1}{a_i}\left\{\frac{l_0}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{k_0(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}+\frac{1}{a_i}\left\{\frac{l_1}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{k_1(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}Y_i \\
&-\frac{1}{a_i}\left\{\frac{1}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}P_0
\end{aligned}
\tag{45}
$$

が得られる。市場清算条件より、

$$
\begin{aligned}
P_0=&\left\{\frac{1}{Var[P_1|Y_i]}+\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}^{-1}\left\{\frac{l_0}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{k_0(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]}-\bar{a}\right\} \\
&+\left\{\frac{1}{Var[P_1|Y_i]}+\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}^{-1}\left\{\frac{l_1}{Var[P_1|Y_i]}-\frac{k_1(k_2-1)}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}\bar{Y} \\
&+\left\{\frac{1}{Var[P_1|Y_i]}+\frac{(k_2-1)^2}{Var[F|Y_i,P_1]}\right\}^{-1}\bar{a}X_0
\end{aligned}
\tag{46}
$$

となる。ここで、

$$
\begin{aligned}
k_0 &= \frac{\beta_1^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + \beta_2^2(\sigma_w^2\sigma_e^2)\sigma_X^2}{\Delta}\mu_F - \frac{\beta_1\sigma_F^2\sigma_e^2}{\Delta} \\
k_1 &= \frac{\beta_2^2\sigma_F^2\sigma_X^2}{\Delta} \\
k_2 &= \frac{\beta_1^2\sigma_F^2\sigma_e^2}{\Delta} \\
l_0 &= \beta_0 + \beta_1\frac{\sigma_e^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2}\mu_F \\
l_1 &= \beta_1\frac{\sigma_F^2\sigma_w^2}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2} \\
Var[F|Y_i, P_1] &= \frac{\sigma_F^2\{\beta_1^2\sigma_w^2\sigma_e^2 + \beta_2^2(\sigma_w^2\sigma_e^2)\sigma_X^2\}}{\Delta} \\
Var[P_1|Y_i] &= \frac{\Delta}{\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2} \\
\Delta &= \beta_1^2(\sigma_F^2+\sigma_w^2)\sigma_e^2 + \beta_1^2(\sigma_F^2+\sigma_w^2+\sigma_e^2)\sigma_X^2
\end{aligned}
$$

である。

参考文献

[1] 池田直史, 2008, 「IPO の価格決定メカニズム：オークション理論適用の試み」慶應義塾大学大学院 商学研究科修士学位請求論文

[2] 金子隆, 2006, 「公開前市場の推定均衡価格と公開価格の関係：パズルの提示と解明の試み」慶應義塾大学経商連携 21 世紀 COE プログラム ディスカッション・ペーパー DP2006-012

[3] 金子隆, 2007, 「引受主幹事の公開価格設定行動：部分入札方式下の謎」『三田商学研究』第 49 巻第 6 号

[4] 金子隆, 2009, 「IPO の過小値付け現象ー新しい解釈の試みー」『三田商学研究』第 52 巻 2 号

[5] 金子隆, 2010, 「IPO の過小値付け現象ー不正確性プレミアム仮説の検証ー」『三田商学研究』第 53 巻 2 号

[6] Baron, D., 1982, “A Model of the Demand for Investment Banking Advising and Distribution Services for New Issues,” Journal of Finance 37, 955-976.

[7] Benveniste, L. M. and P. A. Spindt, 1989, “How Investment Bankers Determine the Offer Price and Allocation of New Issues,” *Journal of Financial Economics*, 24, 343-361.

[8] Beatty, R. P. and J. R. Ritter, 1986, “ Investment Banking Reputation, and the Underpricing of Initial Public Offerings,” *Journal of financial Economics*, 15, 212-232.

[9] Grossman, S., 1976, “On the Efficiency of Competitive Stock Markets Where Trades Have Diverse Information,” *Journal of Finance*, 31, 573-85.

[10] Grossman, S., and Stiglitz, J., 1980, “On the Impossibility of Informationally Efficient Markets,” *American Economic Review*, 70, 393-408.

[11] Grundy, B. and M. McNichols, 1989, "Trade and the revelation of information through prices and direct disclosure," *Review of Financial Studies*, 2, 495-526.

[12] Kerins, F., K. Kutsuna, and R. Smith, 2007, "Why are IPOs underpriced? Evidence from Japan's hybrid auction-method offerings," *Journal of Financial Economics*, 85, 637-666.

[13] Leoni, P. L., 2007, "A market microstructure explanation of IPOs underpricing," *Economics Letters*, 100, 47-48.

[14] Liungqvist, A., 2007, "IPO Underpricing," In: Eckbo, B. E. (ed.), *Handbooks in Finance: Empirical Corporate Finance. Volume 1*, Elsever, 375-442.

[15] Loughran, A. and J. R. Ritter, 2002, "Why Don't Issuers Get Upset About Leaving Money on the Table in IPOs?," *Review of Financial Studies*, 15, 413-444.

[16] Rock, K., 1986, "Why New Issues Are Underpriced," *Journal of Financial Economics*, 15, 187-212.